



**EXAME DE TRANSFERÊNCIA EXTERNA 2008
(SEGUNDA FASE)**

**EXAME PARA PORTADORES DE DIPLOMA DE NÍVEL
SUPERIOR 2008**

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA**

02/09/2007

Nome Completo: _____

Documento de Identidade: _____

Assinatura: _____

INSTRUÇÕES:

1. **SOMENTE INICIAR A PROVA QUANDO FOR AUTORIZADO PELO FISCAL DA SALA.**
2. A prova tem **34 páginas**, incluindo a página de rosto. O espaço em branco que segue cada uma das **15 questões** é para a resolução da questão. As páginas **32, 33 e 34** são para RASCUNHO e não serão consideradas na correção. *[Não vale para este gabarito, que tem 28 páginas]*
3. Verificar se o seu **nome** e a sua **opção de curso** estão corretas na etiqueta de identificação da prova.
4. Não esquecer de identificar a página de rosto da prova, colocando seu nome completo (sem abreviações), o número do seu documento de identidade e a sua assinatura nos locais indicados.
5. **NÃO É PERMITIDO O USO DE CALCULADORA OU CELULAR DURANTE A PROVA.** O USO DESSES APARELHOS PODERÁ IMPLICAR NA DESCLASSIFICAÇÃO SUMÁRIA DO CANDIDATO (***DEIXAR O CELULAR DESLIGADO!!!***)
6. Não é permitido o uso de outros materiais estranhos à prova.
7. A prova é para ser resolvida à **caneta** (azul ou preta), com exceção dos desenhos técnicos.
8. Qualquer dúvida faz parte da interpretação da questão.
9. Duração da prova: **5 h**. Saída permitida a partir das **14:30**.
10. Não é permitido fumar na sala.

Gabarito

- 1) Seja $\Sigma = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ um sistema de coordenadas ortogonal, onde $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ é uma base ortonormal positiva. Considere os pontos: $A=(3,0,-1)_{\Sigma}$ e $B=(3,0,-6)_{\Sigma}$.
- Mostre que os pontos O , A e B são vértices de um triângulo;
 - Dê uma equação vetorial para a reta suporte da altura do triângulo OAB relativamente ao vértice A ;
 - Calcule a área do triângulo OAB ;
 - Ache uma equação geral para o plano que é paralelo à reta determinada por A e B e que contém a reta $r: X=(-1,0,1)_{\Sigma}+\lambda(1,1,1)$, $\lambda \in \mathfrak{R}$;
 - Determine a projeção ortogonal da origem, O , sobre o plano $\pi: x-z+2=0$.

RESPOSTA:

- Uma equação vetorial da reta determinada por O e B é $X=(0,0,0)+\lambda(3,0,-6)$, $\lambda \in \mathfrak{R}$. Se o ponto A pertencesse à essa reta teríamos $3\lambda=3$ e $-6\lambda=-1$ donde $1=1/6$ o que é uma contradição. Portanto os três pontos não estão alinhados.
- Vamos chamar a reta procurada de h . Seja H o ponto interseção da reta h com a reta determinada por O e B . Assim temos $H=(3\lambda,0,-6\lambda)$.

O vetor $A\vec{H}=(3\lambda-3,0,-6\lambda+1)$ deve ser ortogonal ao vetor $O\vec{B}=(3,0,-6)$, como base fixada é ortonormal podemos escrever:

$$A\vec{H} \cdot O\vec{B} = 3(3\lambda-3)-6(-6\lambda+1)=0 \Rightarrow \lambda=1/3. \text{ Então } H=(1,0,-2), A\vec{H}=(-2,0,-1)$$

e a reta procurada é $h: X=(3,0,-1)+\alpha(2,0,1)$, $\alpha \in \mathfrak{P}$.

- Como a base fixada é ortonormal e positiva podemos calcular a área do triângulo através do módulo do produto vetorial de $O\vec{A}$ por $O\vec{B}$,

$$\text{temos } O\vec{A} \wedge O\vec{B} = \det \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & -6 \end{bmatrix} = (0,15,0) \text{ e portanto a área é } 15/2.$$

- O plano pedido deve ser paralelo à reta determinada por A e B e conter a reta r , assim os vetores, $\vec{v}=(1,1,1)$ e $A\vec{B}=(0,0,-5)$ são diretores do plano, e o ponto $C=(-1,0,1)_{\Sigma}$ pertence ao plano. Uma equação geral desse plano é dada por

$$\det \begin{bmatrix} x+1 & y & z-1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow x-y+1=0$$

- Seja n a reta que passa por O e é normal ao plano π . O ponto procurado, O' , é a interseção dessa reta com o plano π . Um vetor normal ao plano é $\vec{n}=(1,0,-1)$, então uma equação para a reta é $n: X=(0,0,0)+\mu(1,0,-1)$, $\mu \in \mathfrak{R}$. Portanto $O'=(\mu,0,-\mu)_{\Sigma}$, como esse ponto está no plano temos $2\mu+2=0 \Rightarrow \mu=-1$ e assim $O'=(-1,0,1)_{\Sigma}$.

2) Considere a transformação linear $\mathbf{T}: \mathfrak{R}^4 \rightarrow \mathfrak{R}^4$ definida por $T(x,y,z,w) = (0, x-y, 0, w)$.

a) Calcule $\mathbf{T}(0,1,0,0)$ e $\mathbf{T}(1,1,0,0)$;

b) Exiba a matriz da transformação \mathbf{T} em relação à base de \mathfrak{R}^4 :

$$B = \{(1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1)\};$$

c) Determine uma base do núcleo (kernel) de \mathbf{T} e calcule a dimensão da imagem de \mathbf{T} (**Justifique** esse cálculo);

d) Ache os autovalores e os autovetores de \mathbf{T} ;

e) Prove que a transformação \mathbf{T} é diagonalizável e exiba uma matriz de \mathbf{T} na forma diagonal.

RESPOSTA:

(a) $\mathbf{T}(0,1,0,0) = (0, -1, 0, 0)$ e $\mathbf{T}(1,1,0,0) = (0, 0, 0, 0)$.

(b) Para achar essa matriz vamos calcular:

$$\mathbf{T}(1,0,0,0) = (0, 1, 0, 0), \mathbf{T}(0,1,0,0) = (0, -1, 0, 0), \mathbf{T}(0,0,1,0) = (0, 0, 0, 0) \text{ e}$$

$$\mathbf{T}(0,0,0,1) = (0, 0, 0, 1).$$

$$\text{A matriz procurada é } [\mathbf{T}]_B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(c) Observamos que a matriz $[\mathbf{T}]_B$ tem exatamente duas colunas linearmente independentes, isso nos diz que a dimensão da imagem de \mathbf{T} é 2. Pelo Teorema do Núcleo e da Imagem de uma transformação linear temos:

$$\dim \ker(\mathbf{T}) + \dim \text{Im}(\mathbf{T}) = \dim \mathfrak{R}^4 = 4, \text{ então a dimensão do núcleo de } \mathbf{T} \text{ é}$$

$$\dim \ker(\mathbf{T}) = 2. \text{ Dos cálculos anteriores temos } \mathbf{T}(0,0,1,0) = (0, 0, 0, 0) \text{ e}$$

$$\mathbf{T}(1,1,0,0) = (0, 0, 0, 0) \text{ ou seja, } (0, 0, 1, 0) \text{ e } (1, 1, 0, 0) \text{ pertencem ao } \ker(\mathbf{T}), \text{ e esses vetores são}$$

linearmente independentes. Portanto uma base do núcleo de \mathbf{T} é

$$\{(0, 0, 1, 0), (1, 1, 0, 0)\}.$$

(d) Pelos cálculos feitos acima temos:

$$\mathbf{T}(0,1,0,0) = (0, -1, 0, 0) = -(0, 1, 0, 0), \mathbf{T}(0,0,0,1) = (0, 0, 0, 1),$$

$$\mathbf{T}(0,0,1,0) = (0, 0, 0, 0) \text{ e } \mathbf{T}(1,1,0,0) = (0, 0, 0, 0),$$

donde observamos que $(0, 1, 0, 0)$ e $(0, 0, 0, 1)$ são autovetores de \mathbf{T} associados aos autovalores -1 e 1 respectivamente e que $(0, 0, 1, 0)$ e $(1, 1, 0, 0)$ são autovetores de \mathbf{T} associados ao autovalor 0 . Como autovetores associados a autovalores distintos são linearmente independentes temos que

$X = \{(0, 1, 0, 0), (0, 0, 0, 1), (0, 0, 1, 0), (1, 1, 0, 0)\}$ é uma base de \mathfrak{R}^4 formada por autovetores de \mathbf{T} , dessa forma, $-1, 1, \text{ e } 0$ são os autovalores de \mathbf{T} com os autoespaços:

$$V(-1) = \{(0, \alpha, 0, 0) / \alpha \in \mathfrak{R}\}, V(1) = \{(0, 0, 0, \beta) / \beta \in \mathfrak{R}\} \text{ e } V(0) = \{(\lambda, \lambda, \mu, 0) / \lambda, \mu \in \mathfrak{R}\}$$

(e) Do item anterior concluímos que \mathbf{T} é diagonalizável, e a matriz de \mathbf{T} em relação à base X formada por

$$\text{autovetores é: } [\mathbf{T}]_X = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- 3) Seja $B = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$ uma base ortonormal positiva de \mathfrak{R}^3 .
 Fixe $w = (a,b,c) \in \mathfrak{R}^3$, não nulo, e considere a transformação linear $\mathbf{T}: \mathfrak{R}^3 \rightarrow \mathfrak{R}^3$ cuja matriz em relação à base B é:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & c & -b \\ -c & 0 & a \\ b & -a & 0 \end{pmatrix}.$$

- a) Calcule $\mathbf{T}(x,y,z)$;
- b) Mostre que para todo $v \in \mathfrak{R}^3$ tem-se $\mathbf{T}(v) = v \wedge w$, onde \wedge denota o produto vetorial;
- c) Prove que a transformação \mathbf{T} não é injetora nem sobrejetora.

RESPOSTA:

- (a) A base fixada, B, é a base canônica do \mathfrak{R}^3 , então $(x,y,z)_B$ são as coordenadas de (x,y,z) relativamente a B. Podemos calcular as coordenadas de $\mathbf{T}(x,y,z)$ pelo produto:

$$\begin{pmatrix} 0 & c & -b \\ -c & 0 & a \\ b & -a & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} cy - bz \\ az - cx \\ bx - ay \end{pmatrix}.$$

Novamente, como a base B é a canônica, temos $\mathbf{T}(x,y,z) = (cy-bz, az-cx, bx-ay)$.

- (b) Seja $v = (x,y,z) \in \mathfrak{R}^3$. Como a base fixada é ortonormal e positiva o produto vetorial de v por w tem coordenadas $(cy-bz, az-cx, bx-ay)_B$ nessa base, então $v \wedge w = (cy-bz, az-cx, bx-ay) = \mathbf{T}(x,y,z)$.
- (c) Como para todo $v \in \mathfrak{R}^3$ tem-se $\mathbf{T}(v) = v \wedge w$, então $\mathbf{T}(w) = (0,0,0)$ donde $w \in \ker(\mathbf{T})$ e assim $\ker(\mathbf{T}) \neq \{(0,0,0)\}$, e portanto a transformação não é injetora. Pelo Teorema do Núcleo e da Imagem de uma transformação linear temos: $\dim \ker(\mathbf{T}) + \dim \text{Im}(\mathbf{T}) = \dim \mathfrak{R}^3 = 3$, mas vimos que $\ker(\mathbf{T}) \neq \{(0,0,0)\}$ então $\dim \ker(\mathbf{T}) \geq 1$, dessa forma devemos ter $\dim \text{Im}(\mathbf{T}) \leq 2$, donde concluímos que a transformação não é sobrejetora.

- 4) Os 'liberty ships' foram navios soldados nos EUA durante a Segunda Grande Guerra, que partiam ao meio devido a problemas de fabricação associados a propriedades mecânicas inadequadas das chapas. Estes navios quebravam ao meio na temperatura ambiente, ou quando em serviço em alto mar. As análises de falha destes navios mostraram que existiam chapas com três tipos de comportamento: chapa de início da trinca, chapa de propagação da trinca e chapa de imobilização da trinca. A partir de ensaios mecânicos estes três tipos foram associados a determinados valores de energia absorvida no ensaio Charpy V. Assim, a chapa de início da trinca possuía uma energia absorvida menor que 14 J, enquanto que a chapa de propagação da trinca apresentou uma energia absorvida maior que 14 J e menor que 27 J. Já a chapa de imobilização da trinca proporcionava uma energia absorvida maior que 27 J. Estas energias foram associadas às temperaturas do ensaio Charpy V e, a partir desta associação, foi definida a temperatura de transição dúctil-frágil. Esta temperatura pode ser calculada a partir da média aritmética entre o patamar de energia na região dúctil e na região frágil. Suponha que você tem todo este conhecimento e que vai construir um navio, e não quer que ele quebre ao meio em nenhum momento. Para tanto você poderá escolher entre dois aços carbono baixa liga, cujos dados estão fornecidos a seguir.

Temperatura (°C)	Energia absorvida no ensaio Charpy V (J)	
	Aço A	Aço B
-80	8	-
-60	9	-
-40	12	7
-20	20	8
0	36	11
20	63	15
40	70	28
60	72	67
80	-	72
100	-	73

Resolva os seguintes itens:

- Desenhar as curvas *energia absorvida* em função da *temperatura* para os dois aços;
- Explicar o que é a temperatura de transição dúctil/frágil. Calcular a temperatura de transição de cada aço e indicar claramente no desenho;
- Indicar para cada aço as temperaturas a partir das quais as chapas mudam seus três comportamentos;
- Escolha um aço que seja indicado para esta aplicação, justificando sua resposta e relacionado com o que aconteceu com os 'liberty ships'.

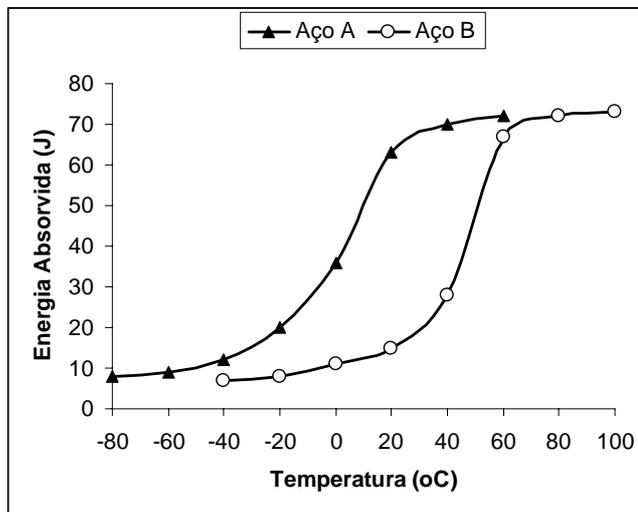
Dados: temperatura ambiente = 25°C; temperatura em alto mar = -5°C.

RESPOSTA:

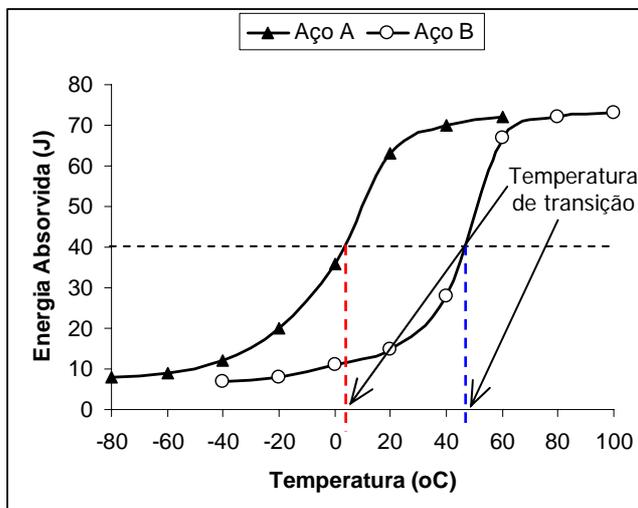
(a) Com base nos dados fornecidos de energia absorvida em função da temperatura do ensaio:

Temperatura (°C)	Energia absorvida no ensaio Charpy V (J)	
	Aço A	Aço B
-80	8	-
-60	9	-
-40	12	7
-20	20	8
0	36	11
20	63	15
40	70	28
60	72	67
80	-	72
100	-	73

Constrói-se as curvas de energia absorvida em função da temperatura.

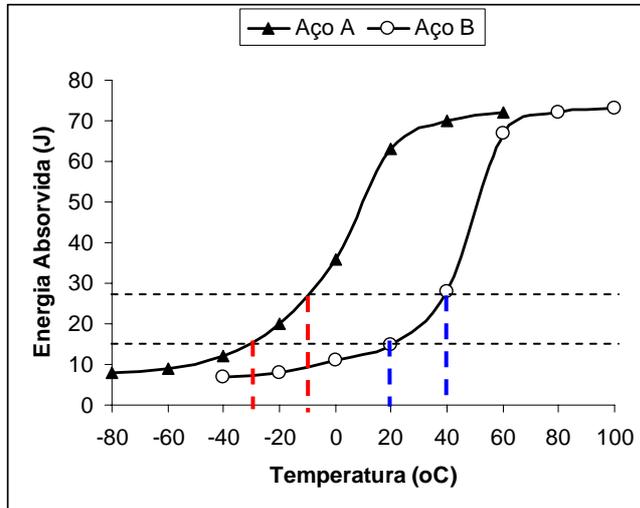


(b) A temperatura de transição dúctil/frágil é definida com a temperatura onde ocorre a mudança de mecanismo da fratura de frágil para dúctil em função da temperatura para metais CCC (cúbico de corpo centrado). Uma das maneiras de calcular a temperatura de transição dúctil/frágil é utilizar a média entre a energia absorvida nos dois patamares da curva do ensaio Charpy. Neste caso, o valor médio é de 40 J. Adotando-se este valor obtém-se:



Com base no critério adotado, obtém-se 5°C e 47°C de temperatura de transição, respectivamente, para os aços A e B.

(c) Indicando no gráfico os valores de 14 e 27 J tem-se:



Os valores de temperatura que caracterizam os três tipos de chap são:

Tipo de chapa	Aço A	Aço B
	Temperatura (°C)	
chapa de início	abaixo de -30°C	abaixo de 20°C
chapa de propagação	entre -30 e -10°C	entre 20 e 40°C
chapa de imobilização	acima de -10°C	acima de 40°C

d) O aço mais indicado para esta aplicação é o aço A. Como a temperatura em alto mar é de -5°C, mesmo que ocorra uma trinca esta será imobilizada, pelo critério proposto.

- 5) Os diagramas de fase podem ser utilizados quando são feitos aquecimentos ou resfriamentos muito lentos, para manter o equilíbrio entre as fases presentes. Quando o resfriamento é fora do equilíbrio ocorre um deslocamento na linha 'solidus' do diagrama, que pode ser prevista pela equação de Scheil, que relaciona a composição química do sólido (C_S^*), a partir de uma composição inicial (C_0), da fração volumétrica de sólido formada (f_s) e do coeficiente de partição (k), que é definido, no diagrama de fases de interesse, pela razão entre a concentração do sólido (C_s) e a concentração do líquido (C_l). Para uma parte do diagrama isomorfo Cu-Ni dado (próxima página) e supondo C_0 igual a 35% de Ni, pergunta-se:
- Qual a composição química do sólido em equilíbrio com o líquido contendo 35% de Ni?
 - Calcular a composição química do sólido empregando-se a equação de Scheil para uma condição onde a fração volumétrica de sólido formada é de 0,15 na temperatura de 1250°C;
 - Desenhar, no diagrama de fases Cu-Ni dado, a linha 'solidus' para a liga com 35% de níquel resfriada em condições fora do equilíbrio termodinâmico. Supor que a linha seja uma reta;
 - Explicar o porquê do deslocamento da linha 'solidus' quando a solidificação é fora do equilíbrio termodinâmico;
 - Suponha que duas peças de mesma composição química (35% Ni), uma resfriada em condições de equilíbrio termodinâmico (peça 1), e outra nas condições fora de equilíbrio termodinâmico, determinadas neste exercício (peça 2), sejam aquecidas durante o tratamento térmico de homogeneização a 1200°C por 2h. Explicar o que acontece com estas peças após a retirada do forno.

Nota:

- * Apresentar os resultados somente com uma casa após a vírgula. Arredondar quando possível.
- * Indicar todas as passagens dos cálculos.
- * Utilizar a tabela fornecida para execução dos cálculos.

Dados:

Equação de Scheil: $C_S^* = kC_0(1 - f_s)^{k-1}$

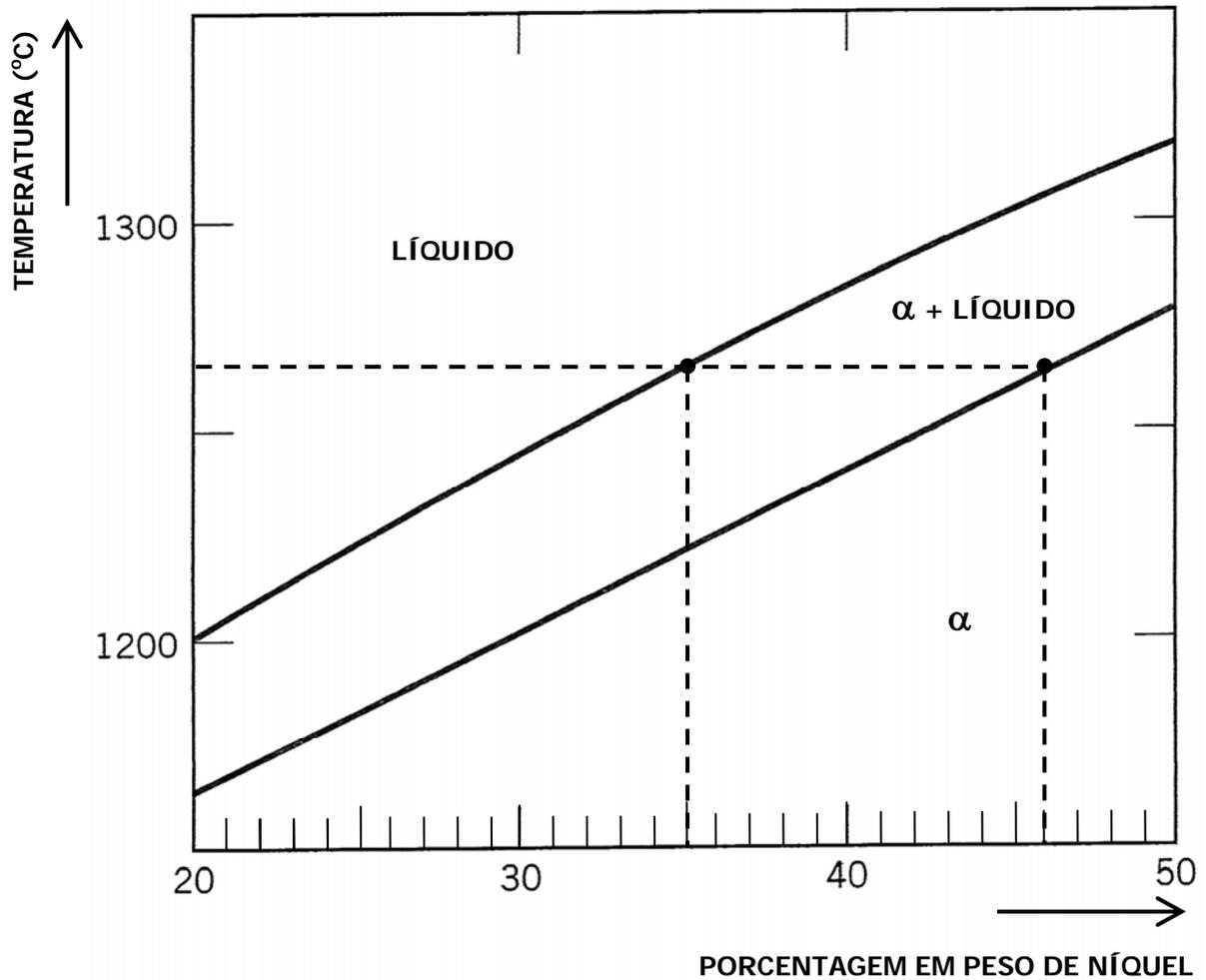
Tabela – Valores de x^y para resolução do problema.

		y					
		0,314	0,761	1,314	3,182	15,00	35,00
x		x^y					
		0,15	0,551	0,236	0,0826	$2,39 \times 10^{-3}$	$4,379 \times 10^{-13}$
0,85	0,950	0,884	0,808	0,596	0,0873	$3,386 \times 10^{-3}$	
35,0	3,057	14,957	106,991	$8,183 \times 10^4$	$1,445 \times 10^{23}$	$1,102 \times 10^{54}$	
46,0	3,331	18,414	153,228	$1,952 \times 10^5$	$8,7371 \times 10^{24}$	$1,572 \times 10^{58}$	

RESPOSTA:

- A composição do sólido em equilíbrio com o líquido é de 46% de níquel (ou 54% de cobre)
- Para calcular a composição química do sólido utilizando-se da equação de Scheil, deve-se calcular primeiro o coeficiente de partição k :

$$k = \frac{C_S}{C_L} = \frac{46}{35} = 1,314$$

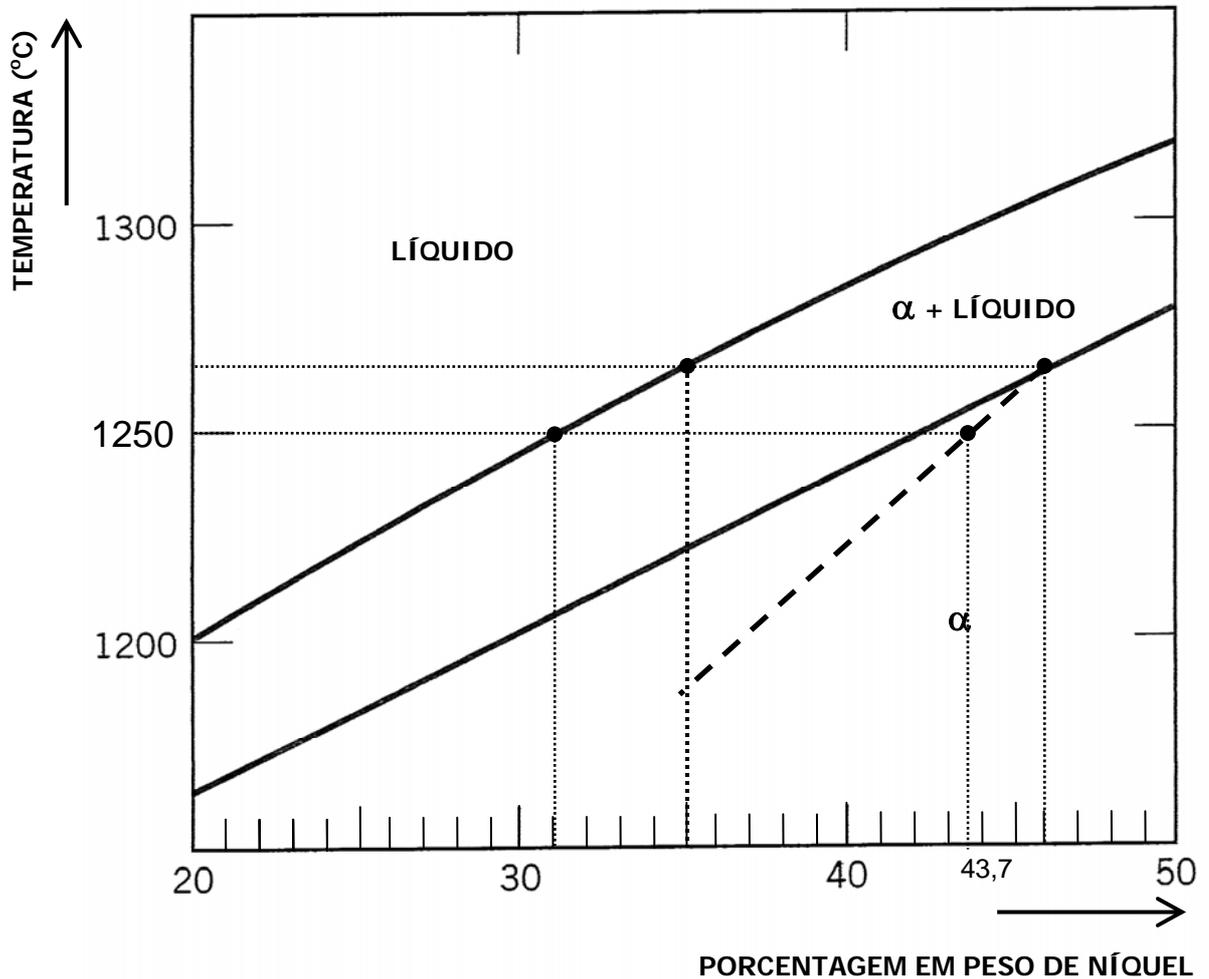


Substituindo-se os valores na equação para calcular C_S^* tem-se:

$$C_S^* = 1,314 * 35 * (1 - 0,15)^{1,314 - 1} = 1,314 * 35 * (0,85)^{0,314} = 1,314 * 35 * (0,950)$$

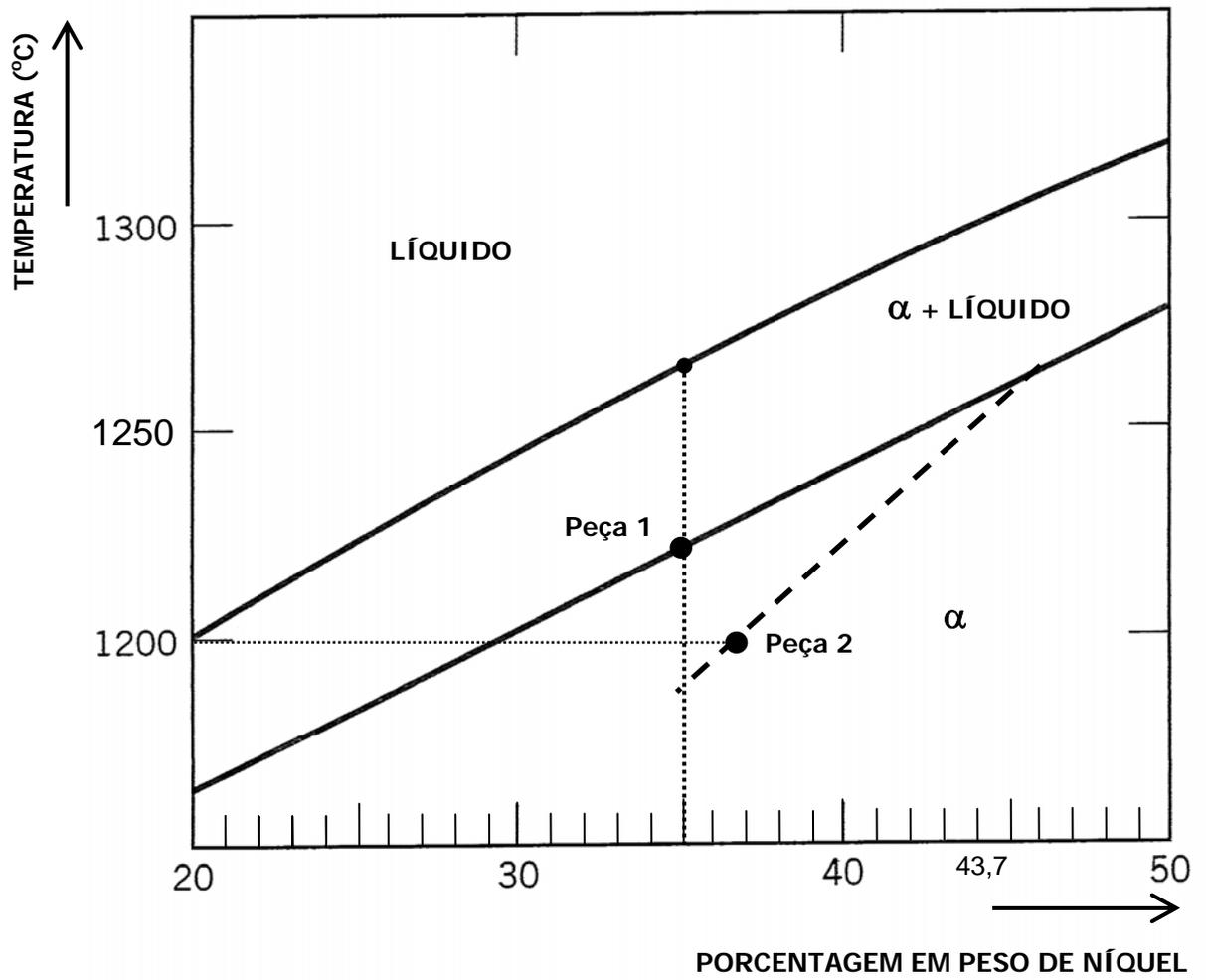
logo: $C_S^* = 43,7\%$

c) A linha solidus nestas condições de resfriamento fora do equilíbrio termodinâmico, e supondo que seja uma reta, é:



d) Como a solidificação é fora do equilíbrio, não existe tempo suficiente para que a composição química do sólido formado seja homogeneizada por difusão, que é um processo, geralmente muito lento.

e) As temperaturas solidus para as duas ligas estão indicadas na figura abaixo. A peça 1 está com sua temperatura solidus bem acima de 1200°C, o que não acontece para a peça 2, que, por estar micro segregada, apresenta uma fração de líquido na temperatura de tratamento. Na retirada das peças do forno, a peça 1 continua com sua geometria, pois permaneceu todo o tempo no estado sólido, enquanto que a peça 2 perde sua geometria, porque foi parcialmente liquefeita na temperatura de tratamento térmico.



6) São fornecidos os valores do peso molecular de dois polímeros A e B. Com base nos dados pede-se:

- Calcular o peso molecular médio (\bar{M}_n) dos dois polímeros;
- Calcular o peso molecular ponderado médio (\bar{M}_w) dos dois polímeros;
- Calcular o grau de polimerização (n_n) com base no peso molecular médio, sabendo-se que o peso molecular do mero (\bar{m}) é de 62,50 g/mol;
- As densidades dos polímeros A e B são 1,45 e 1,46 g/cm³, respectivamente. Sabe-se que a densidade do polímero amorfo é de 1,40 g/cm³ e do polímero cristalino é de 1,50 g/cm³. Calcular o grau de cristalinidade dos dois polímeros.

Dados:

Peso molecular (g/mol)			Fração do número total de cadeias com mesmo peso molecular (X_i)		Fração em massa do número total de cadeias com mesmo peso molecular (W_i)	
mín.	máx.	médio	Polímero A	Polímero B	Polímero A	Polímero B
7500	12500	10000	0,10	0,05	0,08	0,04
12500	17500	15000	0,20	0,10	0,15	0,08
17500	22500	20000	0,40	0,40	0,42	0,42
22500	27500	25000	0,20	0,25	0,25	0,28
27500	32500	30000	0,10	0,20	0,10	0,18

$$\text{grau.de.cristalinidade} = \frac{\rho_{\text{crist}}(\rho_{\text{polim}} - \rho_{\text{amorfo}})}{\rho_{\text{polim}}(\rho_{\text{crist}} - \rho_{\text{amorfo}})} 100$$

$$\bar{M}_n = \sum x_i M_i \qquad \bar{M}_w = \sum w_i M_i \qquad n_n = \frac{\bar{M}_n}{\bar{m}}$$

RESPOSTA:

a) Para calcular o peso molecular médio dos polímeros emprega-se a equação:

$$\bar{M}_n = \sum x_i M_i$$

assim:

Peso molecular (g/mol)			Fração do número total de cadeias com mesmo peso molecular.		Cálculo do Peso Molecular Médio.	
mín.	máx.	médio	Polímero A	Polímero B	Polímero A	Polímero B
7500	12500	10000	0,10	0,05	10000x0,10	10000x0,05
12500	17500	15000	0,20	0,10	15000x0,20	15000x0,10
17500	22500	20000	0,40	0,40	20000x0,40	20000x0,40
22500	27500	25000	0,20	0,25	25000x0,20	25000x0,25
27500	32500	30000	0,10	0,20	30000x0,10	30000x0,20
			Peso Molecular Médio		20.000	22.250

b) Para calcular o peso molecular ponderado médio dos polímeros emprega-se a equação:

$$\bar{M}_w = \sum w_i M_i$$

assim:

Peso molecular (g/mol)			Fração em massa do número total de cadeias com mesmo peso molecular.		Cálculo do Peso Molecular Ponderado Médio.	
mín.	Polímero A	Polímero A	Polímero A	Polímero B	Polímero A	Polímero B
7500	12500	10000	0,08	0,04	10000x0,08	10000x0,04
12500	17500	15000	0,15	0,08	15000x0,15	15000x0,08
17500	22500	20000	0,42	0,42	20000x0,42	20000x0,42
22500	27500	25000	0,25	0,28	25000x0,25	25000x0,285
27500	32500	30000	0,10	0,18	30000x0,10	30000x0,18
			Peso Molecular Ponderado Médio		20.700	22.400

c) O grau de polimerização é calculado pela equação:

$$n_n = \frac{\bar{M}_n}{m}$$

assim:

$$\text{polímero A: } n_n = \frac{20000}{62,50} = 320.$$

$$\text{polímero B: } n_n = \frac{22250}{62,50} = 356.$$

d) O grau de cristalinidade dos dois polímeros é dado pela equação:

$$\text{grau.de.cristalinidade} = \frac{\rho_{crist}(\rho_{polim} - \rho_{amorfo})}{\rho_{polim}(\rho_{crist} - \rho_{amorfo})} 100$$

assim,

$$\text{polímero A: } \text{grau.de.cristalinidade} = \frac{1,50(1,45 - 1,40)}{1,45(1,50 - 1,40)} 100 = 51,7\%$$

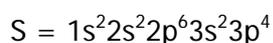
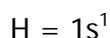
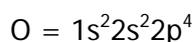
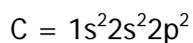
$$\text{polímero B: } \text{grau.de.cristalinidade} = \frac{1,50(1,46 - 1,40)}{1,46(1,50 - 1,40)} 100 = 61,6\%$$

7) As substâncias exibem propriedades que estão relacionadas com o tipo de ligação química que apresentam. Considerem-se as seguintes substâncias: metano (CH₄), sulfeto de hidrogênio (H₂S) e água (H₂O). Com fundamento em ligações químicas presentes nesses compostos, responder:

a) Qual o tipo de ligação química presente em cada substância? Justificar;

b) Qual é a ordem crescente de pontos de ebulição para essas substâncias? Justificar.

Dados:



RESPOSTA:

a) qual o tipo de ligação química presente em cada substância? Justificar.

O metano apresenta ligações do tipo covalente. Para justificar sua composição, deve-se lembrar que neste composto observa-se a hibridação ou hibridização do carbono o que proporciona ao mesmo estabelecer 4 ligações iguais com o hidrogênio. A conformação final é de uma molécula com geometria tetraédrica.

O sulfeto de hidrogênio apresenta ligações covalentes também, já que o enxofre tem 6 elétrons na última camada e para completar a regra do octeto, liga-se a dois átomos de enxofre. Estes últimos têm 6 elétrons na última camada e com dois hidrogênios, também satisfazem a regra do octeto.

A água, semelhante ao sulfeto de hidrogênio, apresenta ligações covalentes de forma a estabilizar tanto os hidrogênios (cada um fica com dois elétrons) como os oxigênios (cada um fica com oito elétrons na última camada).

b) qual é a ordem crescente de pontos de ebulição para essas substâncias? Justificar.

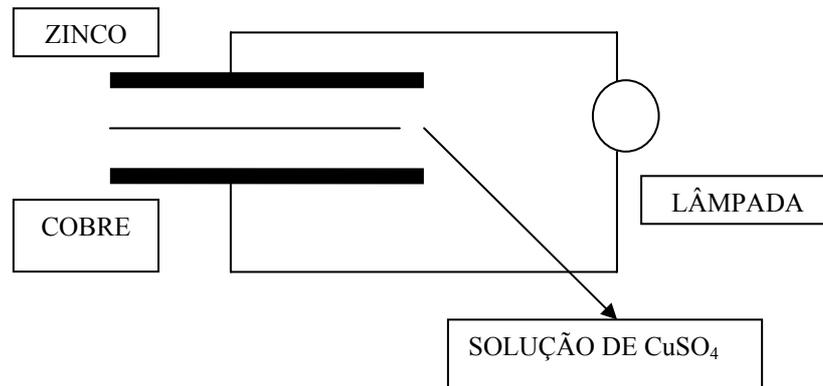
Ordem crescente de pontos de ebulição: metano < sulfeto de hidrogênio < água.

Justificativa: metano apesar de ter ligações polares C-H, apresenta momento dipolar igual a zero (em virtude de sua geometria tetraédrica). Logo, a interação que ocorre entre suas moléculas é do tipo força de van der Waals dipolo instantâneo- dipolo induzido, sendo uma interação fraca, permitindo um baixo ponto de ebulição. O sulfeto de hidrogênio é uma molécula polar com dois centros positivos (os hidrogênios) e um centro negativo (o enxofre). Por não ser uma molécula

linear, já que os pares de elétrons que não realizam ligações repelem os que realizam, a molécula apresenta momento de dipolo diferente de zero e a interação ocorre por força de van der Waals do tipo dipolo-dipolo.

A água, semelhante ao sulfeto de hidrogênio, também apresenta forças do tipo dipolo-dipolo. Entretanto, por apresentar um hidrogênio deficiente em elétrons, irá apresentar pontes de hidrogênio, entre os hidrogênios e o elétrons não ligados do oxigênio. Essa associação por pontes de hidrogênio aumenta muito a interação entre as moléculas de água, fazendo com que o ponto de ebulição seja muito superior ao que se esperaria por meio de uma associação apenas por dipolo-dipolo.

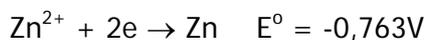
- 8) Um aparato simples foi montado, empregando-se alguns materiais tais como placas de metais, fios e lâmpada, como mostrado a seguir.



Entre a placa de zinco e a de cobre, colocou-se uma folha de papel embebida em solução de sulfato de cobre II (CuSO_4) 1M. Fios metálicos conectam as placas a uma lâmpada de 1,5V. Todo o sistema está a 1 atm de pressão e 25°C . Para este sistema:

- Considerando a situação ideal, o que se espera observar na lâmpada? Acende (brilho intenso ou fraco), não acende? Justificar.
- Se for deixado um tempo longo o aparato em funcionamento, o que se espera observar em cada placa? Justificar.
- Se a sobretensão anódica tiver um valor A (volt) e a sobretensão catódica tiver um valor C (volt), como se modifica o resultado observado no item a)? Justificar.

Dados:



onde E° indica o potencial de eletrodo padrão da substância nas condições padrão. A equação de Nernst que corrige o potencial padrão para as condições fora do padrão é:

Equação de Nernst:

$$E = E^\circ + \frac{0,0591}{z} \log \frac{a_{\text{oxidada}}}{a_{\text{reduzida}}}$$

onde E é o potencial de equilíbrio fora das condições padrão; E° é o potencial de equilíbrio nas condições padrão; z é o número de moles de elétrons no sistema considerado; a_{oxidada} representa as atividades das formas oxidadas do sistema; a_{reduzida} representa as atividades das formas reduzidas do sistema; log representa o logaritmo decimal.

RESPOSTA:

a) considerando a situação ideal, o que se espera observar na lâmpada? Acende (brilho intenso ou fraco), não acende? Justificar.

Corrigindo os potenciais de equilíbrio com a equação de Nernst para cada substância:

$$E_{\text{Cu}}^{\circ} = +0,347 + \frac{0,059}{2} \log\left(\frac{1}{1}\right) = +0,347\text{V}$$

$$E_{\text{Zn}}^{\circ} = -0,763 + \frac{0,059}{2} \log\left(\frac{10^{-6}}{1}\right) = -0,9403\text{V}$$

Como o potencial para o cobre é maior que para o zinco, o cobre deverá ser o catodo da pilha formada e o zinco deverá ser o anodo. Desta forma, a força eletromotriz da pilha assim gerada será:

$$\text{FEM} = E(\text{cátodo}) - E(\text{ânodo}) = (+0,347\text{V}) - (-0,9403\text{V}) = +1,2873\text{V}$$

Como a lâmpada é de 1,5V, ela deverá acender intensamente.

b) se for deixado um tempo longo o aparato em funcionamento, o que se espera observar em cada placa? Justificar.

Após um longo tempo de funcionamento, espera-se observar que:

PLACA DE COBRE: deve ter sua espessura (massa) aumentada em função da redução de cobre sobre essa placa, já que o potencial de equilíbrio do cobre indica maior tendência à redução. Assim, os cátions de cobre da solução presente no papel devem se reduzir sobre a placa de cobre.

PLACA DE ZINCO: deve ter sua espessura (massa) diminuída, com o passar do tempo. Tal ocorre em virtude da maior tendência do zinco em se oxidar (potencial de equilíbrio mais negativo). A oxidação do zinco fornece os elétrons necessários à redução dos cátions de cobre.

c) se a sobretensão anódica tiver um valor A (volt) e a sobretensão catódica tiver um valor C (volt), como se modifica o resultado observado no item a? Justificar.

A sobretensão anódica tende a deixar o potencial anódico mais positivo, já que indica uma dificuldade maior à reação de oxidação ocorrer. A sobretensão catódica tende a deixar o potencial catódico mais negativo, pois indica uma tendência mais difícil para a reação catódica ocorrer. Assim, verifica-se que:

$$\text{DDP} = E'(\text{catodo}) - E'(\text{anodo})$$

Onde:

$$E'(\text{catodo}) = E^{\circ}(\text{catodo}) + C \text{ (sendo } C < 0\text{)}$$

$$E'(\text{anodo}) = E^{\circ}(\text{anodo}) + A \text{ (sendo } A > 0\text{)}$$

Logo, a DDP apresentada pela associação será:

$$\begin{aligned} \text{DDP} &= E^{\circ}(\text{catodo}) + C - (E^{\circ}(\text{anodo}) + A) = E^{\circ}(\text{catodo}) + C - E^{\circ}(\text{anodo}) - A = \\ &= \text{FEM} + C - A \end{aligned}$$

Como $C < 0$ e $A > 0$, verifica-se uma DDP menor do que a obtida no item a, causando uma diminuição na intensidade do brilho da lâmpada, podendo levar ao não acendimento da mesma.

- 9) Num forno de preaquecimento de lingotes de aço, é utilizado um carvão cuja composição elementar é 72% de carbono, 8,8% de hidrogênio e o restante são cinzas. Os teores de enxofre e nitrogênio são desprezíveis. Não há oxigênio neste carvão. A combustão é feita com 50% de ar em excesso. A temperatura no forno é de 500°C e a pressão é de 1atm. Admite-se combustão completa.
- a) Sabendo que se necessitam 4.172.600kcal/h para o aquecimento, quanto de carvão (em kg/h) será necessário para o tratamento dos lingotes?
- b) Qual a composição em porcentagem em volume dos fumos que saem do forno, estando estes, na saída, a 27°C e 1 atm de pressão?
- c) No processo de combustão no forno, por problemas com a emissão de carbono em função do efeito estufa, foi sugerido que se utilize um carvão que apresente a mesma composição de carbono e hidrogênio, mas menor teor de cinzas e com um teor de oxigênio diferente de zero. Esta substituição melhora o problema de emissão? Justifique.

Dados:

Composição do ar atmosférico: 21%O₂ e 79%N₂ (porcentagem molar ou volumétrica).

Massa atômicas: C=12; H=1; O=16; N=14.

Reações termoquímicas de combustão:



$$PC(I \text{ ou } S) = - \sum n_i \Delta H_i$$

PCI = poder calorífico inferior; PCS = poder calorífico superior;

n = número de moles; ΔH_i = entalpia de combustão da substância i

Equação dos gases ideais: $pV = nRT$

(p=pressão; V=volume; n=número de moles; R=0,082 atm.L/mol.K; T=temperatura)

RESPOSTA:

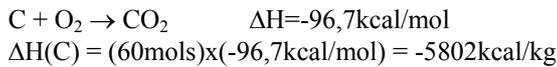
a) sabendo que se necessitam 4172600kcal/h para o aquecimento, quanto de carvão (em kg/h) será necessário para o tratamento dos lingotes?

Utilizando-se como base de cálculo 1kg de carvão:

ELEMENTO	MASSA(g)	NÚMERO DE MOLS
C	720	60
H	88	44

Pelas equações termoquímicas:

Carbono:



Hidrogênio:



Será utilizada a condição de produção de água no estado vapor (PCI) por causa das condições encontradas no forno (500°C e 1 atm).

$$\Delta H(\text{H}) = (44 \text{ mols}) \times (-57,8 \text{ kcal/mol}) = -2543,2 \text{ kcal/kg}$$

Assim, a energia total liberada na combustão completa será:

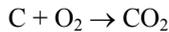
$$\Delta H(\text{C}) + \Delta H(\text{H}) = [(-5802) + (-2543,2)] \text{ kcal/kg} = -8345,2 \text{ kcal/kg}$$

Como são necessários 4172600 kcal/h, a quantidade de carvão necessária será:

$$M = (4172600 \text{ kcal/h}) / (8345,2 \text{ kcal/kg}) = 500 \text{ kg/h}$$

M = 500 kg/h

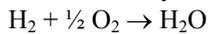
b) qual a composição em porcentagem em volume dos fumos que saem do forno, estando estes, na saída, a 27°C e 1 atm de pressão?



$$1 \dots 1 \dots \dots \dots 1$$

$$60 \dots x \dots \dots \dots y$$

$$x = 60 \text{ mols e } y = 60 \text{ mols}$$



$$1 \dots 0,5 \dots \dots \dots 1$$

$$44 \dots z \dots \dots \dots k$$

$$z = 22 \text{ mols e } k = 44 \text{ mols}$$

A 27°C e 1 atm de pressão, a água está líquida, não fazendo parte dos fumos da combustão. Ter-se-á a composição dos fumos em base seca.

Calculando a quantidade de oxigênio presente nos fumos e de nitrogênio:

$$n(\text{oxigênio em excesso}) = n(\text{oxigênio estequiométrico}) \times p$$

$$n(\text{oxigênio em excesso}) = (60 + 22) \times 0,50 = 41 \text{ mols}$$

$$n(\text{oxigênio total}) = n(\text{oxigênio em excesso}) + n(\text{oxigênio estequiométrico})$$

$$n(\text{oxigênio total}) = 41 + (60 + 22) = 123 \text{ mols}$$

$$n(\text{nitrogênio}) = (79/21) \times (n(\text{oxigênio total})) = (79/21) \times 123 = 462,7 \text{ mols}$$

Fumos	No de mols	Porcentagem
CO ₂	60 mols.....	10,6%
O ₂ (excesso).....	41 mols.....	7,3%
N ₂	462,7 mols.....	82,1%
TOTAL.....	563,7 mols.....	100%

Observação: a porcentagem molar é igual à porcentagem volumétrica.

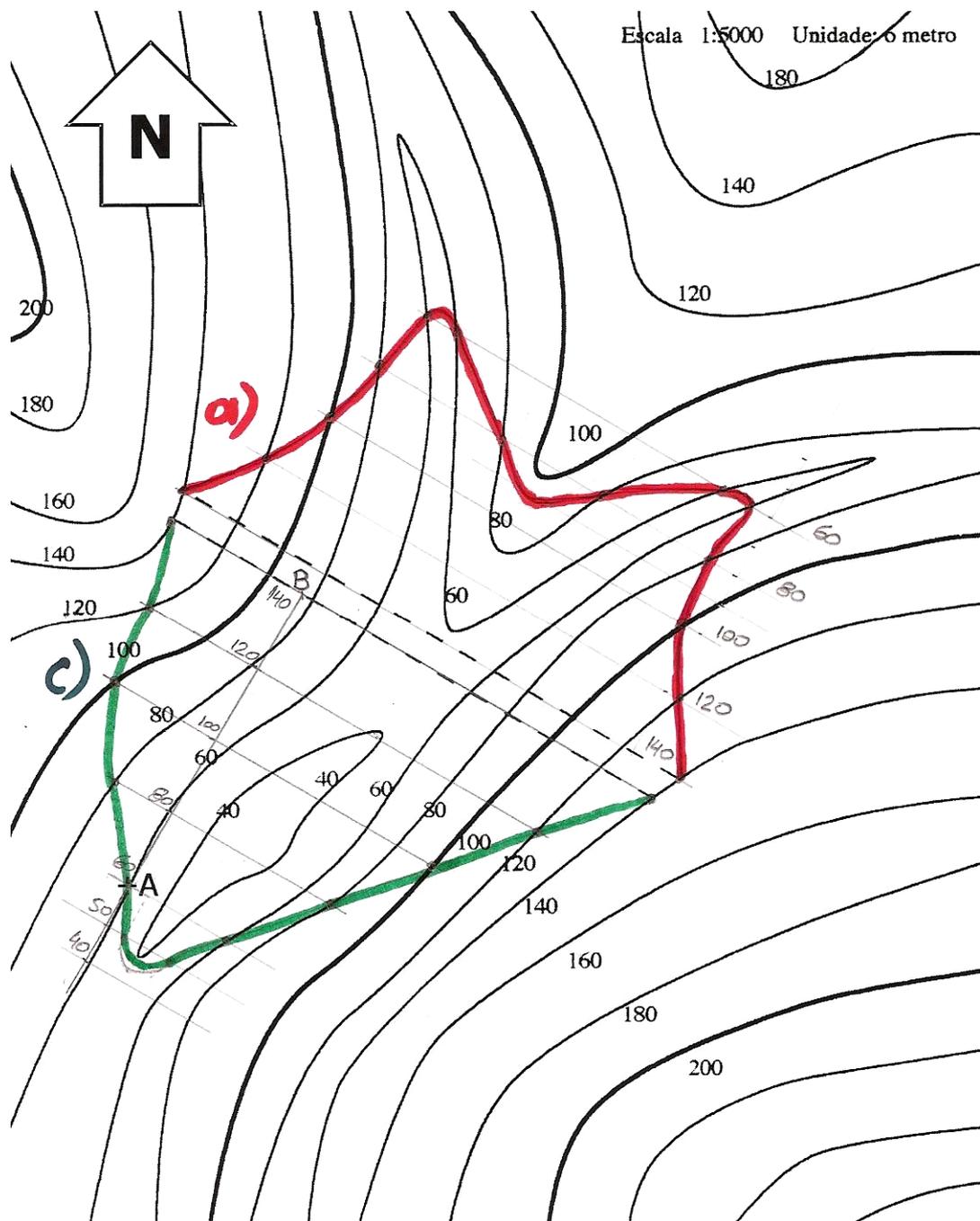
c) por problemas com a emissão de carbono em função do efeito estufa, foi sugerido que se utilize um carvão que apresente a mesma composição de carbono e hidrogênio, mas menor teor e cinzas e com um teor de oxigênio diferente de zero, no processo de combustão no forno. Esta substituição melhora o problema de emissão? Justifique.

A presença de oxigênio num carvão será prejudicial à emissão de carbono. Pela hipótese de Dulong, a presença de oxigênio num carvão causa a diminuição de hidrogênio livre para queimar. O oxigênio já se combina a parte do hidrogênio presente no carvão gerando água ligada. Assim, para que se tenha a mesma quantidade de energia gerada no item a, será necessário mais carvão, aumentando, assim, a quantidade de CO₂ emitido. A substituição não resolve o problema.

10) Dado o mapa topográfico abaixo, onde as linhas tracejadas representam a crista horizontal de uma barragem de terra (perfil trapezoidal) na cota 140m, determinar:

- A linha de encontro da rampa de aterro norte com o relevo, sabendo-se que sua declividade deve ser $p_{\text{norte}} = 0,4$. A direção norte está indicada pela seta;
- A declividade p_{sul} da rampa de aterro sul, sabendo-se que ela passa pelo ponto A da superfície do terreno;
- A linha de encontro da rampa de aterro sul com o relevo.

Indique claramente na folha os cálculos realizados. Escala 1:5000 Unidade: metro.



a) $p_{\text{norte}}=0,4$ (declividade)

$$i_{\text{norte}}=1/p_{\text{norte}}=1/0,4=2,5\text{m (intervalo)}$$

$$20 \times i_{\text{norte}}= 20 \times 2,5\text{m} = 50\text{m}$$

Em escala (1:5000) :

$$i'_{\text{norte}}=50\text{m}/5000 = 0,01\text{m ou } \mathbf{10\text{mm}}$$
 (distância horizontal em escala entre retas horizontais da rampa norte, de 20 em 20 metros)

Marcar encontros das horizontais com as curvas de nível de mesma cota (a crista tracejada norte é a horizontal de cota 140m. As demais são paralelas a ela). Ligar os pontos (curva vermelha).

b) $DV_{AB}=140-60=80\text{m};$

$$DH_{AB}=5,0\text{cm (medida com a régua)} \times 5000 \text{ (escala)} = 250\text{m}$$

$$p_{\text{sul}}=DV_{AB}/DH_{AB}=80\text{m}/250\text{m}$$

$$\mathbf{p_{\text{sul}} = 0,32 \text{ ou } 32\%}$$

c) $i_{\text{sul}}=1/p_{\text{sul}}=1/0,32=3,125\text{m (intervalo)}$

$$20 \times i_{\text{sul}}=20 \times 3,125\text{m} = 62,5\text{m}$$

Em escala (1:5000) :

$$i_{\text{sul}}=62,5\text{m}/5000 = 0,0125\text{m ou } \mathbf{12,5\text{mm}}$$
 (distância horizontal em escala entre retas horizontais da rampa sul, de 20 em 20 metros)

Marcar encontros das horizontais com as curvas de nível de mesma cota (a crista tracejada sul é a horizontal de cota 140m. As demais são paralelas a ela).

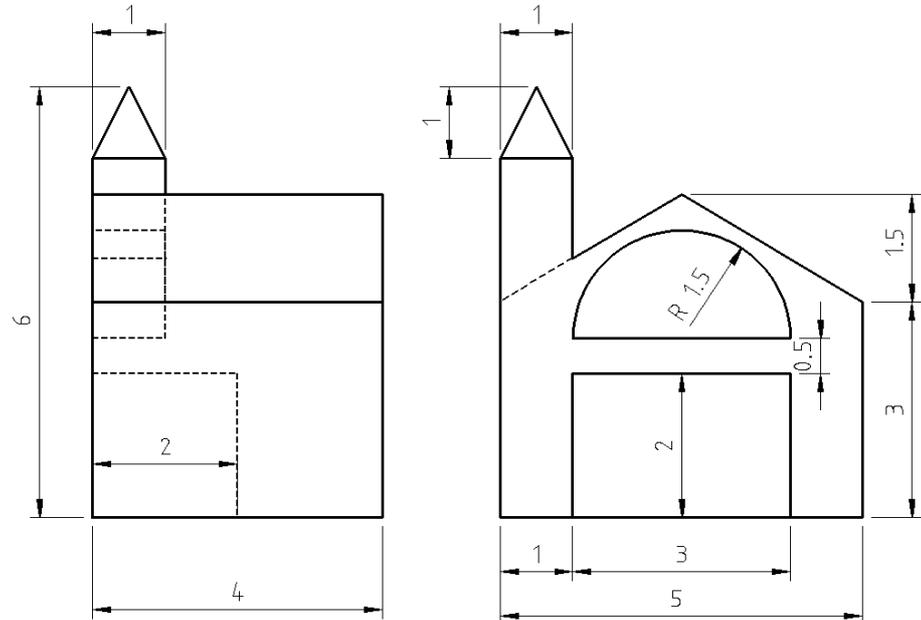
Ligar os pontos (curva verde).

11) Desenhar a perspectiva CAVALEIRA da edificação dada abaixo por suas vistas, representadas no primeiro diedro. Não é necessário desenhar as linhas ocultas.

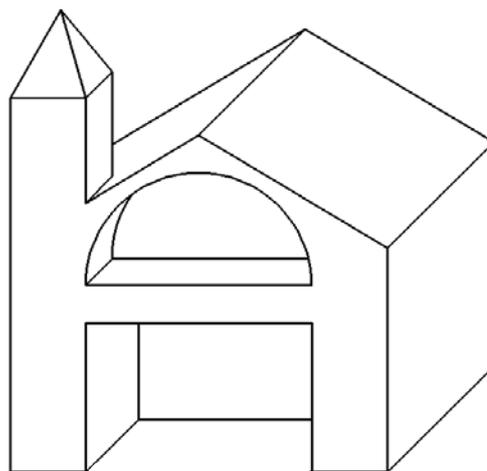
Adotar $\alpha=45^\circ$ no primeiro quadrante (ângulo das fugantes) e $k=1/2$.

Desenhar em escala natural (1:1). As medidas estão dadas em centímetros. Não é necessário cotar a perspectiva.

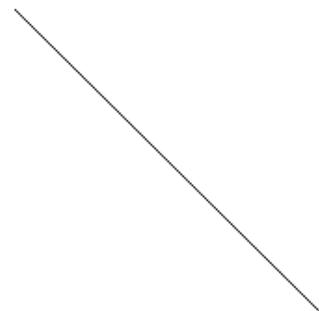
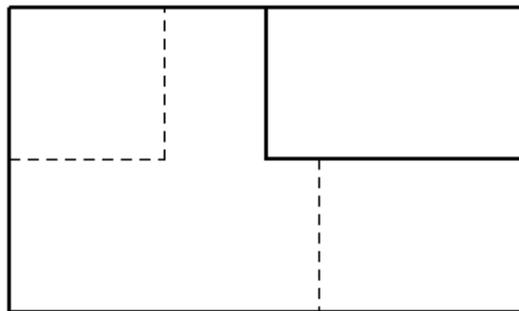
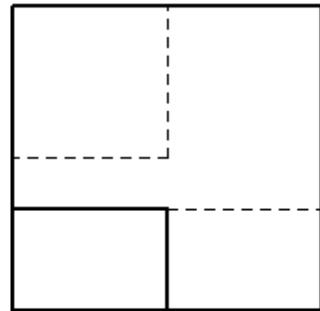
OBSERVAÇÃO: todas as linhas são retas, com exceção do arco centrado na fachada, de raio=1,5cm.



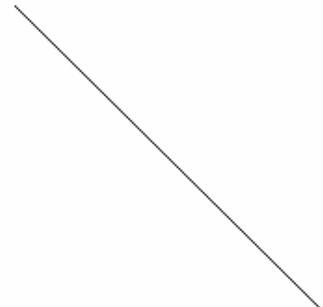
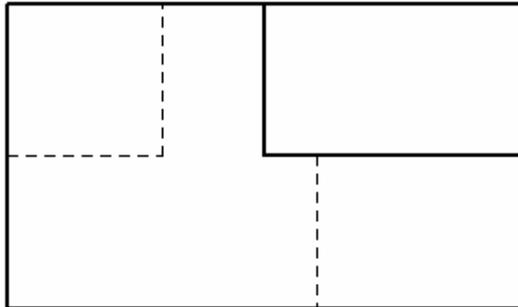
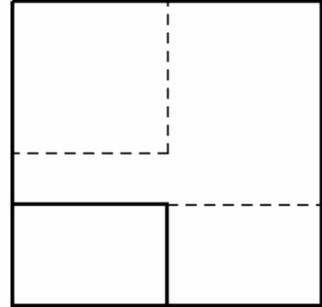
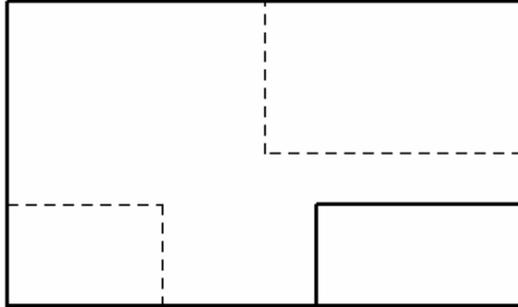
RESPOSTA:



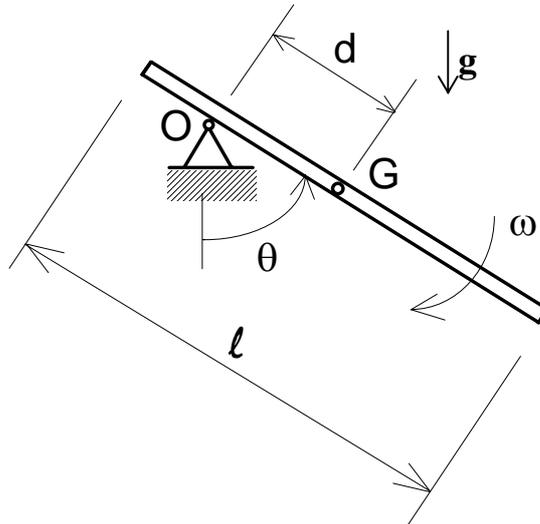
12) Desenhar a terceira vista da peça abaixo (1º diedro).



RESPOSTA:



- 13) A figura representa uma barra homogênea e uniforme, de comprimento ℓ e massa m , articulada em O (sem atrito), em movimento no plano da figura. A barra parte da posição $\theta_0 = 90^\circ$, com velocidade angular ω_0 no sentido horário. Obtenha o menor valor de ω_0 para que a barra não mude o sentido de rotação.



Dado: o momento de inércia da barra com relação a um eixo perpendicular ao plano da figura e que passa pelo baricentro G: $J_G = \frac{ml^2}{12}$.

RESPOSTA:

Teorema da Energia Cinética: $\Delta E_C = \tau^{Ext}$

$$E_C = \frac{1}{2} J_O \omega^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{ml^2}{12} + md^2 \right) \omega^2$$

$$\tau^{Ext} = mgd \cos \theta$$

$$\Delta E_C = \frac{m}{2} \left(\frac{l^2}{12} + d^2 \right) (\omega^2 - \omega_0^2)$$

$$\frac{m}{2} \left(\frac{l^2}{12} + d^2 \right) (\omega^2 - \omega_0^2) = mgd \cos \theta$$

A condição para a barra não mudar o sentido da rotação: $\omega \geq 0$ em $\theta = 90^\circ$.

Condição limite: $\omega = 0$ em $\theta = 180^\circ$.

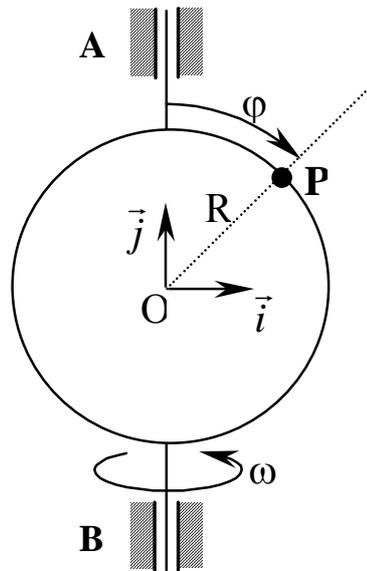
$$\text{Portanto: } \omega_0^2 = \frac{24gd}{l^2 + 12d^2} \text{ (mínimo).}$$

14) A circunferência da figura, de raio R , gira ao redor do eixo AB com velocidade angular $\vec{\omega}$ constante. Um ponto P percorre a circunferência com velocidade relativa de módulo constante v . Determine para o ponto P , considerando como referencial móvel a circunferência e o sistema de coordenadas $Oxyz$ (versores $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) ligado a ela, conforme indicado na figura:

a) A velocidade relativa \vec{v}_{rel} ;

b) A velocidade de arrastamento \vec{v}_{ar} ;

c) As acelerações: relativa \vec{a}_{rel} , de arrastamento \vec{a}_{ar} , de coriolis \vec{a}_{cor} e absoluta \vec{a} em função de φ .



RESPOSTA:

a) $\vec{v}_{rel} = v \cos \varphi \vec{i} - v \sin \varphi \vec{j}$.

b) $\vec{v}_{ar} = -\omega R \sin \varphi \vec{k}$

c) $\vec{a}_{rel} = -\frac{v^2}{2} (\sin \varphi \vec{i} + \cos \varphi \vec{j})$,

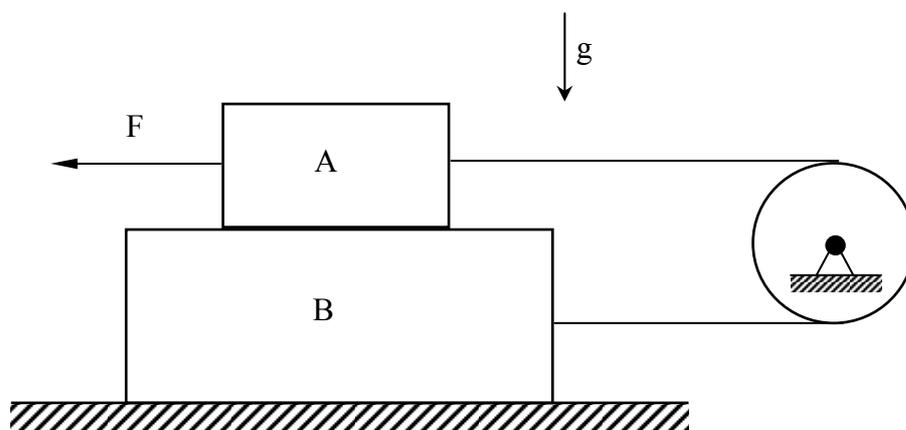
$\vec{a}_{ar} = -\omega^2 R \sin \varphi \vec{i}$,

$\vec{a}_{cor} = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{rel} = 2\omega \vec{j} \wedge v(\cos \varphi \vec{i} - \sin \varphi \vec{j}) = -2\omega v \cos \varphi \vec{k}$,

$\vec{a} = \vec{a}_{rel} + \vec{a}_{ar} + \vec{a}_{cor}$.

15) No sistema da figura os blocos A e B possuem massas m e M respectivamente. O fio e a polia são ideais e o coeficiente de atrito entre as superfícies de contato é μ . No bloco A atua a força F . Determine:

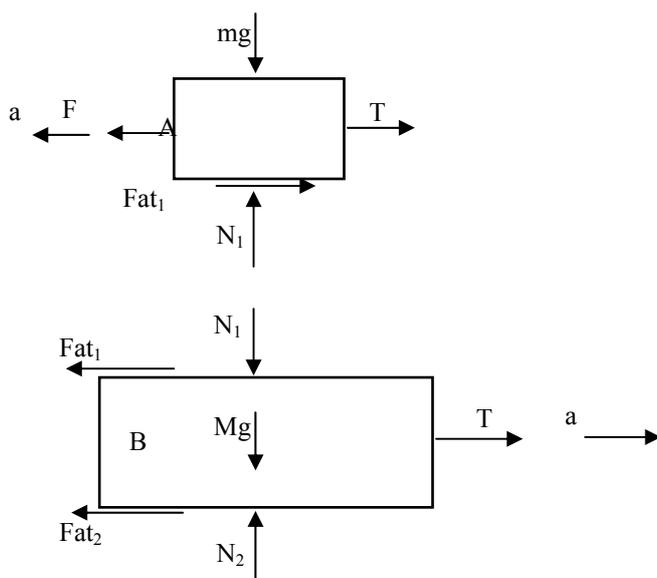
- O diagrama de corpo livre dos blocos;
- As acelerações dos blocos;
- A força que atua no fio.



RESPOSTA:

Solução:

a)



b)

$$ma = F - T - \text{Fat}_1 \quad (1)$$

$$Ma = T - \text{Fat}_1 - \text{Fat}_2 \quad (2)$$

$$mg - N_1 = 0 \quad (3)$$

$$N_1 + Mg - N_2 = 0 \quad (4)$$

$$\text{Fat}_1 = \mu N_1 \quad (5)$$

$$\text{Fat}_2 = \mu N_2 \quad (6)$$

De (3), (4), (5) e (6):

$$N_1 = mg$$

$$N_2 = (m + M)g$$

$$\text{Fat}_1 = \mu mg$$

$$\text{Fat}_2 = (m + M)\mu g$$

Portanto de (1) + (2):

$$a = \frac{F - \mu g(M + 3m)}{m + M}$$

c) De (1):

$$T = \frac{FM + 2\mu m^2 g}{m + M}$$