



**EXAME DE TRANSFERÊNCIA EXTERNA 2010
(SEGUNDA FASE)**

**EXAME PARA PORTADORES DE DIPLOMA DE NÍVEL
SUPERIOR 2010**

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA**

04/10/2009

Nome Completo: _____

Documento de Identidade: _____

Assinatura: _____

INSTRUÇÕES

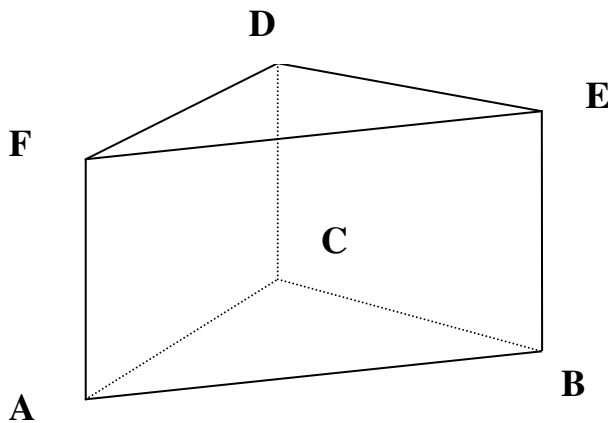
1. **SOMENTE INICIAR A PROVA QUANDO FOR AUTORIZADO PELO FISCAL DE SALA.**
2. A prova tem **34 páginas**, incluindo a página de rosto. O espaço em branco que segue cada uma das **15 questões** é para a sua resolução. As páginas 32, 33 e 34 são para RASCUNHO e não serão consideradas na correção. *[Não vale para este gabarito, que tem 24 páginas]*
3. Verificar se o seu **nome** e a sua **opção de curso** estão corretos na etiqueta de identificação da prova.
4. Não esquecer de identificar a página de rosto da prova, colocando seu nome completo (sem abreviações), o número do seu documento de identidade e a sua assinatura nos locais indicados.
5. **NÃO É PERMITIDO O USO DE CALCULADORA OU CELULAR DURANTE A PROVA.** O USO DESSES APARELHOS PODERÁ IMPLICAR A DESCLASSIFICAÇÃO SUMÁRIA DO CANDIDATO (***DEIXAR O CELULAR DESLIGADO!!***).
6. Não é permitido o uso de outros materiais estranhos à prova.
7. A prova é para ser resolvida à **caneta** (azul ou preta), com exceção dos desenhos técnicos.
8. Qualquer dúvida faz parte da interpretação do enunciado da questão.
9. Duração da prova: **5 horas**. Saída permitida a partir das **14h30min**.
10. Não é permitido fumar no local de exame.

Gabarito

- 1) Seja $\Sigma = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ um sistema de coordenadas ortogonal em E^3 , em que $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ é uma base ortonormal positiva de V^3 .

Considere os pontos: $A = (0, -1, 1)_\Sigma$ e $E = (0, -3, 0)_\Sigma$ e a reta $s: x-1 = y = y-z$. Sabendo que os vértices C e D do **prisma reto** da figura abaixo pertencem à reta s , determine:

- Uma equação geral para o plano determinado por A, B e C ;
- Uma equação vetorial da reta determinada por E e B ;
- Os vértices B, C, D e F ;
- O volume do prisma ;
- A altura do triângulo DEF relativamente ao vértice E .



OBSERVAÇÃO: Dizemos que um **prisma é reto** quando as suas arestas laterais têm o mesmo comprimento e são perpendiculares ao plano da base e as suas faces laterais são retangulares.

RESPOSTA:

- Da figura vemos que o plano determinado por A, B e C é perpendicular à reta s ; então um vetor diretor dessa reta é normal ao plano pedido. Vamos achar esse tal vetor. Se $(x, y, z)_\Sigma$ está em s , então $x-1=y$ e $y=y-z$, assim $x=y+1$ e $z=0$. Portanto, uma equação vetorial da reta s é: $X=(1, 0, 0)_\Sigma + \alpha(1, 1, 0)$, $\alpha \in \mathbf{R}$; então um vetor normal ao plano é: $(1, 1, 0)$; portanto, uma equação geral desse plano é do tipo $1x+1y+0z+d=0$. Como o ponto A pertence ao plano, devemos ter $-1+d=0$, ou seja, $d=1$, e uma equação geral do plano é: $x+y+1=0$.
- A reta determinada por E e B é paralela à reta s , pois esta contém os pontos C e D ; então essas retas têm o mesmo vetor diretor e , assim, uma equação vetorial da reta determinada por E e B é $r: X=(0, -3, 0)_\Sigma + \lambda(1, 1, 0)$, $\lambda \in \mathbf{R}$.

(c) Vamos chamar o plano determinado por A, B e C de Π_1 : $x+y+1=0$; o plano determinado por D, E e F é paralelo a Π_1 , então uma equação geral para esse plano é do tipo $x+y+f=0$. Como o ponto E pertence a esse plano, temos que $-3+f=0$, ou $f=3$ e, portanto, uma equação desse plano é: Π_2 : $x+y+3=0$.

Pela figura temos que $B = \Pi_1 \cap r$; assim, $B = (\lambda, -3+\lambda, 0)_\Sigma \in r$ e $\lambda-3+\lambda+1=0$, ou seja, $\lambda=1$ e $B=(1, -2, 0)_\Sigma$. Novamente pela figura temos que $C = \Pi_1 \cap s$ e $D = \Pi_2 \cap s$.

Portanto $C=(1+\alpha, \alpha, 0)_\Sigma$, onde $1+\alpha+\alpha+1=0$, e $\alpha=-1$, donde $C=(0, -1, 0)_\Sigma$ e $D=(1+\alpha, \alpha, 0)_\Sigma$, onde $1+\alpha+\alpha+3=0$ e $\alpha=-2$, donde $D=(-1, -2, 0)_\Sigma$.

Finalmente o vértice F é a interseção do plano Π_2 com a reta t , que passa por A e é paralela a s .

Assim uma equação vetorial para a reta t é: $X=(0, -1, 1)_\Sigma + \beta(1, 1, 0)$, $\beta \in \mathbf{R}$ e, dessa forma, $F=(\beta, -1+\beta, 1)_\Sigma$, onde $\beta + \beta - 1 + 3 = 0$ e $\beta = -1$, donde $F=(-1, -2, 1)_\Sigma$.

(d) O volume do prisma é calculado com os vetores $\overrightarrow{AB} = (1, -1, -1)$, $\overrightarrow{AC} = (0, 0, -1)$ e $\overrightarrow{AF} = (-1, -1, 0)$ através do produto misto pela expressão:

$$(1/2)[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AF}] = \frac{1}{2} \left| \det \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \right| = 1.$$

(e) Observamos que $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = (0, 0, 1) + (1, -1, -1) = (1, -1, 0)$ e $\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{AC} = (0, 0, -1)$. Assim, \overrightarrow{FD} e \overrightarrow{ED} são ortogonais, já que o produto escalar: $\overrightarrow{FD} \cdot \overrightarrow{ED} = 0$ e, então, a altura pedida é $\|\overrightarrow{ED}\| = \sqrt{2}$.

- 2) Seja $B = \{ (1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1) \}$ uma base de \mathbb{R}^4 . Considere a transformação linear $\mathbf{T}: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ cuja matriz em relação à base B é:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Determine uma base do núcleo (*kernel*) de \mathbf{T} e uma base da imagem de \mathbf{T} ;
- Mostre que 0 e 2 são autovalores de \mathbf{T} ;
- Prove que a transformação \mathbf{T} é diagonalizável e exiba uma matriz de \mathbf{T} na forma diagonal;
- Ache uma matriz H tal que $H^4 = A$.

RESPOSTA:

- (a) Observamos que a matriz A tem somente uma coluna linearmente independente; isso nos diz que a dimensão da imagem de \mathbf{T} é 1, e uma base da imagem de \mathbf{T} é $\{(1,1,1,1)\}$.
Pelo Teorema do Núcleo e da Imagem de uma transformação linear temos:
 $\dim \ker(\mathbf{T}) + \dim \text{Im}(\mathbf{T}) = \dim \mathbb{R}^4 = 4$, então a dimensão do núcleo de \mathbf{T} é: $\dim \ker(\mathbf{T}) = 3$.

Seja $(x,y,z,w) \in \ker(\mathbf{T})$ então

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e, assim, } x+z=0.$$

Temos $x=-z$. Assim $\ker(\mathbf{T}) = \{ (-z, y, z, w) / y, z, w \in \mathbb{R} \}$.

Desde que $\dim \ker(\mathbf{T}) = 3$, uma base de $\ker(\mathbf{T})$ é: $\{(-1,0,1,0), (0,1,0,0), (0,0,0,1)\}$ já que esses três vetores são linearmente independentes, pois se $\alpha(-1,0,1,0) + \beta(0,1,0,0) + \gamma(0,0,0,1) = (0,0,0,0)$, então $\alpha = \beta = \gamma = 0$.

- (b) No item (a) determinamos o kernel de \mathbf{T} , e sabemos que os vetores não nulos desse subespaço são autovetores de \mathbf{T} associados ao autovalor 0.

Para verificarmos que 2 é autovalor de \mathbf{T} vamos calcular:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ donde vemos que } (1,1,1,1) \text{ é autovetor de } \mathbf{T}$$

associado ao autovalor 2.

(c) No item (a) vimos que 0 é autovalor de \mathbf{T} com multiplicidade geométrica 3 e que o autoespaço associado ao 0 é $V(0) = \ker(\mathbf{T})$.

Como a dimensão de \mathbb{P}^4 é 4 e no item (b) verificamos $(1,1,1,1)$ é autovetor de \mathbf{T} associado ao autovalor 2, concluímos que o autoespaço associado a 2 deve ter dimensão igual a 1 e, portanto, $V(2) = \{\alpha(1,1,1,1) \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$, já que sabemos que autovetores associados a autovalores diferentes são linearmente independentes.

Dessa forma temos que uma base de \mathbb{R}^4 formada por autovetores de \mathbf{T} é:

$X = \{(-1,0,1,0), (0,1,0,0), (0,0,0,1), (1,1,1,1)\}$ e, portanto, \mathbf{T} é diagonalizável, e a matriz de \mathbf{T} em relação à

$$\text{base } X \text{ é: } [\mathbf{T}]_X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

(d) Como \mathbf{T} é diagonalizável podemos escrever $A = [\mathbf{I}]_{C,B} [\mathbf{T}]_C [\mathbf{I}]_{B,C}$, onde \mathbf{I} é o operador identidade de \mathbb{R}^4 e

$$M = [\mathbf{I}]_{X,B} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } M^{-1} = [\mathbf{I}]_{B,C} = \begin{pmatrix} -1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ -1/2 & 1 & -1/2 & 0 \\ -1/2 & 0 & -1/2 & 1 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Se considerarmos a matriz: $K = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt[4]{2} \end{pmatrix}$ e tomarmos $H = MKM^{-1}$,

$$\text{teremos que } H^4 = MK^4 M^{-1} = M[\mathbf{T}]_C M^{-1} = A; \text{ assim } H = \frac{1}{\sqrt[4]{2^3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

3) Considere em \mathbb{R}^3 o produto interno usual, $\langle(x,y,z),(a,b,c)\rangle=ax+by+cz$, para todos $(x,y,z), (a,b,c)$ em \mathbb{R}^3 . Dado o vetor **unitário** $u = (u_1, u_2, u_3)$, considere a matriz **A** cujo elemento na posição (i, j) é: $u_i u_j$, para $1 \leq i, j \leq 3$.

Seja **P** a projeção ortogonal na direção de u , $\mathbf{P}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, definida por $\mathbf{P}(w) = \text{proj}_u(w)$.

a) Calcule $\mathbf{P}(x,y,z)$ e mostre que a matriz de **P** em relação à base

$B = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$ de \mathbb{R}^3 é igual a **A**;

b) Mostre que $\mathbf{P}^2 = \mathbf{P}$;

c) Se **H**: $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ é o operador linear cuja matriz em relação à base

$B = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$ de \mathbb{R}^3 é $\mathbf{I} - 2\mathbf{A}$, mostre que $\mathbf{H}(w) = w - 2\langle w, u \rangle u$, para todo $w \in \mathbb{R}^3$, em que **I** representa a matriz identidade;

d) Conclua que $\|\mathbf{H}(w)\| = \|w\|$ para todo $w \in \mathbb{R}^3$.

Nota: Denota-se $\|w\| = \sqrt{\langle w, w \rangle}$.

RESPOSTA:

(a) A projeção ortogonal na direção de u é: $\mathbf{P}(w) = \frac{\langle u, w \rangle}{\|u\|^2} u$, então

$$\mathbf{P}(x,y,z) = \frac{u_1 x + u_2 y + u_3 z}{1} (u_1, u_2, u_3), \text{ pois } \|u\|^2 = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 1;$$

Podemos escrever:

$$\mathbf{P}(x,y,z) = (xu_1^2 + yu_1u_2 + zu_1u_3, xu_1u_2 + yu_2^2 + zu_2u_3, xu_1u_3 + yu_2u_3 + zu_3^2).$$

A matriz da projeção **P** em relação à base $B = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$ de \mathbb{R}^3 é:

$$[\mathbf{P}]_B = \begin{pmatrix} u_1^2 & u_1u_2 & u_1u_3 \\ u_1u_2 & u_2^2 & u_2u_3 \\ u_1u_3 & u_2u_3 & u_3^2 \end{pmatrix} \text{ pois}$$

$$\mathbf{P}(1,0,0) = (u_1^2, u_1u_2, u_1u_3)_B, \mathbf{P}(0,1,0) = (u_1u_2, u_2^2, u_2u_3)_B \text{ e } \mathbf{P}(0,0,1) = (u_1u_3, u_2u_3, u_3^2)_B.$$

(b) $\mathbf{P}^2(w) = \mathbf{P}(\mathbf{P}(w)) = \frac{\langle u, \mathbf{P}(w) \rangle}{\|u\|^2} u = \langle u, \langle u, w \rangle u \rangle u = \langle u, w \rangle \langle u, u \rangle u = \langle u, w \rangle u = \mathbf{P}(w)$,

pois $\|u\|^2 = \langle u, u \rangle = 1$. Assim temos que $\mathbf{P}^2 = \mathbf{P}$, já que w é um vetor qualquer de \mathbb{R}^3 .

Outra maneira de verificarmos que $\mathbf{P}^2 = \mathbf{P}$ seria calculando $[\mathbf{P}^2]_B$ e usando que $\|u\|^2 = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 1$, concluímos que $[\mathbf{P}^2]_B = [\mathbf{P}]_B$, ou seja $\mathbf{P}^2 = \mathbf{P}$.

(c) Se $[\mathbf{H}]_{\mathbf{B}} = \mathbf{I} - 2\mathbf{A}$, e no item (a) provamos que $[\mathbf{P}]_{\mathbf{B}} = \mathbf{A}$, então concluímos que $\mathbf{H}(w) = \mathbf{I}(w) - 2\mathbf{P}(w) = w - 2\langle w, u \rangle u$.

(d) $\mathbf{H}(w) = \mathbf{I}(w) - 2\mathbf{P}(w) = [\mathbf{I}(w) - \mathbf{P}(w)] + (-\mathbf{P}(w))$, e sabemos que $\mathbf{I}(w) - \mathbf{P}(w) = w - \mathbf{P}(w)$ é ortogonal a $\mathbf{P}(w)$, ou seja, ortogonal a u , pela definição de projeção ortogonal.

Temos então: $\|\mathbf{H}(w)\|^2 = \|w - 2\mathbf{P}(w)\|^2 = \|[w - \mathbf{P}(w)] + (-\mathbf{P}(w))\|^2 = \|w - \mathbf{P}(w)\|^2 + \|\mathbf{P}(w)\|^2 = \|w\|^2$, ou seja, $\|\mathbf{H}(w)\| = \|w\|$ para todo $w \in \mathbf{R}^3$.

Outra maneira de resolver essa questão seria calculando:

$$\|\mathbf{H}(w)\|^2 = \langle \mathbf{H}(w), \mathbf{H}(w) \rangle = \langle w - 2\langle w, u \rangle u, w - 2\langle w, u \rangle u \rangle = \|w\|^2 - 4\langle w, u \rangle^2 + 4\langle w, u \rangle^2 = \|w\|^2.$$

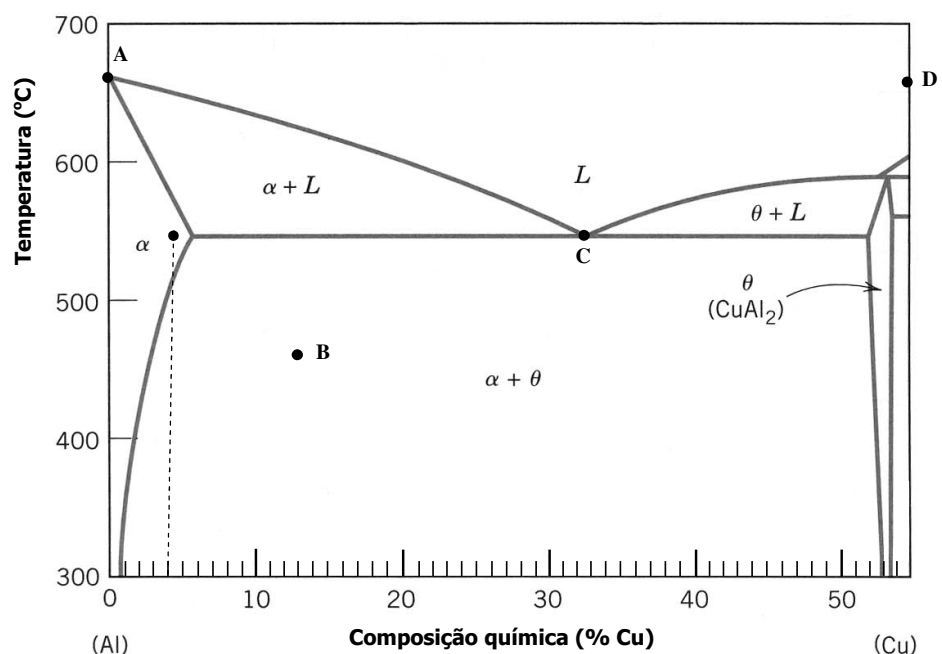
4) As ligas alumínio-cobre são ligas de alta resistência, principalmente quando são especificadas com tratamento térmico de envelhecimento (endurecimento por precipitação). Com base nas informações fornecidas pergunta-se:

- Calcular os graus de liberdade (F) nos pontos indicados com letras de "A" a "D" no diagrama de fases Al-Cu indicado, utilizando a regra das fases de Gibbs;
- Explicar o significado físico de cada um dos graus de liberdade calculados;
- Calcular a fração volumétrica da fase θ nas temperaturas de 400°C e 300°C, supondo que a liga tem uma composição de 4% de Cu e que foi inicialmente homogeneizada a 540°C, seguida de resfriamento rápido;
- Qual dos dois tratamentos térmicos vai produzir uma liga com maior resistência mecânica? Explicar. Supor que os tempos de tratamento térmico de precipitação foram suficientes para atingir a quantidade de fase θ calculada no 'item c)'.

Dados:

Regra das fases de Gibbs:

$$F = C - P + 1$$



RESPOSTA:

a) Cálculo dos graus de liberdade (F):

Ponto A:

$$F = 1 - 2 + 1 = 0$$

Ponto B:

$$F = 2 - 2 + 1 = 1$$

Ponto C:

$$F = 2 - 3 + 1 = 0$$

Ponto D:

$$F = 2 - 1 + 1 = 2$$

b) $F = 0$ significa que o ponto no diagrama de fases é invariante, isto é, ocorre para uma composição e temperatura fixas.

$F = 1$ significa que o ponto no diagrama de fases é descrito somente por uma variável, isto é, ou pela temperatura ou pela composição química.

$F = 2$ significa que o ponto no diagrama de fases é descrito pelas duas variáveis, isto é, pela temperatura e pela composição química.

c) Para calcular a fração volumétrica da fase θ de uma liga de alumínio com 4% de cobre, nas temperaturas de 400 e 300°C é só aplicar a regra das alavancas:

Assim:

Fração volumétrica de θ a 400°C:

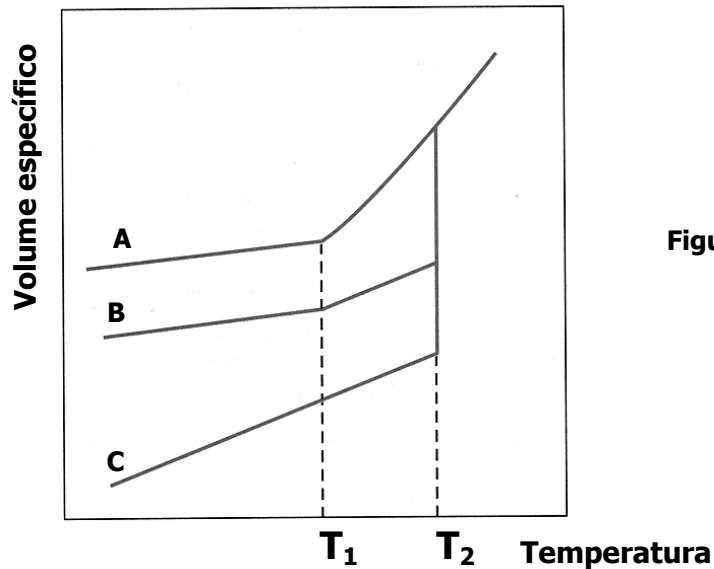
$$\% \theta = [(4,0 - 1,5)/(52,5 - 1,5)] * 100 = 4,5 \%$$

Fração volumétrica de θ a 300°C:

$$\% \theta = [(4,0 - 0,7)/(52,5 - 0,7)] * 100 = 6,4 \%$$

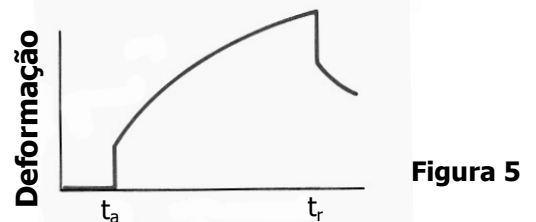
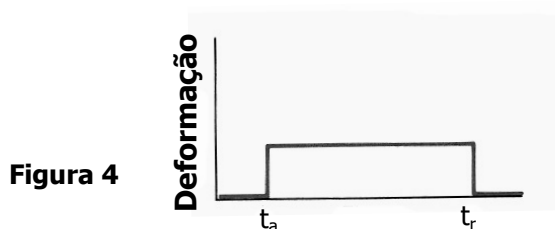
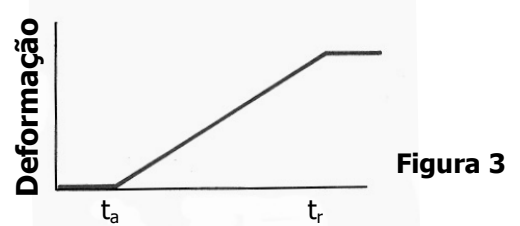
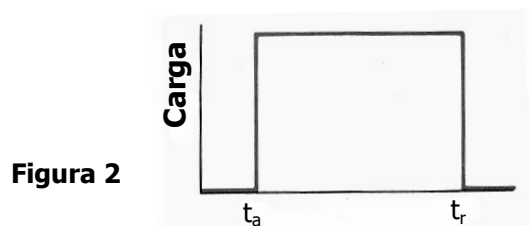
d) A liga Al-4% Cu é endurecível por precipitação. A resistência mecânica é maior quanto maior for a fração volumétrica da fase. Assim, o tratamento térmico a 300°C é o que produz a maior fração volumétrica e, conseqüentemente, o que acarreta em uma maior resistência mecânica.

- 5) Dois polímeros e um metal foram misturados. Uma maneira de identificar a natureza dos três materiais é por meio da variação do volume específico (volume por unidade de massa) em função da temperatura. O gráfico da variação do volume específico para os três materiais, indicados pelas letras de A a C, com a temperatura, está mostrado na Figura 1 a seguir.



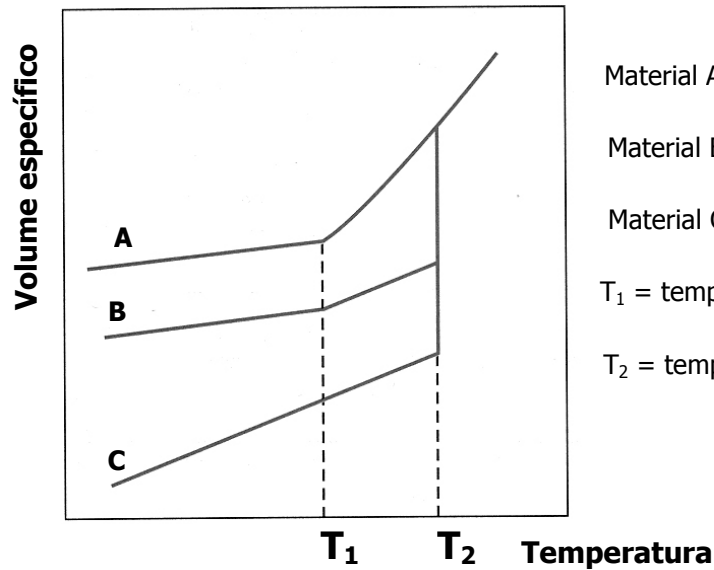
- a) Com base no gráfico fornecido indicar, na folha de respostas, qual material é um metal puro e quais materiais são poliméricos. No caso dos poliméricos, indicar qual curva representa um polímero amorfo e qual representa um polímero semi-cristalino. Identificar também as temperaturas T_1 e T_2 ;
- b) No caso do material polimérico semi-cristalino foi aplicada uma carga no tempo t_a e relaxada no tempo t_r , conforme mostra a Figura 2. Os resultados de deformação para este material em três temperaturas diferentes estão mostrados nas Figuras 3 a 5.

Identificar: o intervalo de temperatura de cada ensaio, com base na Figura 1; o tipo de comportamento à deformação de cada um e a sua respectiva descrição.



RESPOSTA:

a)



Material A = polímero amorfo

Material B = polímero semi-cristalino

Material C = metal

T₁ = temperatura de transição vítrea (T_g)

T₂ = temperatura de fusão (T_f)

b)

Figura 3: Intervalo de temperatura: **acima da T_f**

Tipo de comportamento à deformação: **viscoso**

Descrição: **comportamento de líquido viscoso, onde a deformação é função da viscosidade e do gradiente de velocidade.**

Figura 4: Intervalo de temperatura: **abaixo da T_g**

Tipo de comportamento à deformação: **elástico**

Descrição: **material polimérico tem comportamento de sólido rígido.**

Figura 5: Intervalo de temperatura: **entre T_g e T_f**

Tipo de comportamento à deformação: **viscoelástico**

Descrição: **modo de deformação que exhibe tanto o comportamento de deformação elástica como de deformação viscosa.**

- 6) Os aços podem ser endurecidos superficialmente pela introdução de carbono por meio do tratamento termoquímico de cementação gasosa. A solução da equação diferencial da segunda lei de FICK para este tratamento é dada por:

$$\frac{(c_x - c_0)}{(c_s - c_0)} = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right)$$

em que:

c_0 = concentração inicial de carbono na peça.

c_s = concentração de carbono na superfície da peça.

c_x = concentração de carbono a uma distância 'x' no interior da peça, a partir da superfície da mesma.

erf = função erro de Gauss.

D = coeficiente de difusão.

t = tempo de tratamento.

- a) Calcular o tempo necessário, em horas, na temperatura de 1000°C, para atingir a concentração de 0,5% de C, em peso, em uma distância de 1 mm no interior da peça, sabendo-se que a concentração de carbono na atmosfera é de 0,9% de C, em peso, e que a peça é de aço SAE 1010 (0,1% de C em peso);
- b) Supondo as mesmas concentrações e o tempo obtido no item anterior, calcular a distância, em mm, em que se atinge 0,5% de C, em peso, a uma temperatura de 1100°C.

Dados:

* coeficiente de difusão do carbono na austenita a 1000°C = $2,0 \cdot 10^{-11}$ m²/s.

* coeficiente de difusão do carbono na austenita a 1100°C = $2,5 \cdot 10^{-11}$ m²/s.

Tabela da função erro de Gauss

z	erf(z)
0,40	0,4284
0,45	0,4755
0,50	0,5205
2	0,9953

$$\sqrt{1,37} = 1,17$$

$$\sqrt{1,95} = 1,40$$

Nota: Responder as questões com precisão de duas casas após a vírgula.

RESPOSTA:

a) Utilizando a equação dada chega-se, para o aço SAE 1010 cujo teor de carbono é de 0,1% em peso, a:

$$\frac{(0,5-0,1)}{(0,9-0,1)} = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right)$$

$$\operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right) = 0,5$$

Fazendo a interpolação com os dados fornecidos:

$$\frac{0,5-0,4755}{0,5205-0,4755} = \frac{z-0,45}{0,50-0,45}$$

$$z = 0,48 = \left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right)$$

O tempo para o tratamento termoquímico de cementação é dado por:

$$t = \frac{(1,0 \cdot 10^{-3})^2}{4 * (0,4772)^2 * 2 \cdot 10^{-11}} = 5,49 \cdot 10^4 \text{ s} = 15,25 \text{ h}$$

Logo o tempo para atingir a concentração de 0,5% a uma distância de 1 mm na temperatura de 1000°C é de 15,25h

b) Para calcular a distância utiliza-se a equação:

$$x = z \cdot 2 \cdot \sqrt{Dt}$$

$$x = 0,4772 * 2 * \sqrt{2,50 \cdot 10^{-11} * 5,49 \cdot 10^4} = 0,9544 * \sqrt{1,37 \cdot 10^{-6}}$$

$$x = 0,9544 * 1,17 * 10^{-3} = 0,00112 \text{ m} = 1,12 \text{ mm}$$

Assim, para o tempo de 15,25 h a 1100°C, a concentração de 0,5% é atingida em uma distância de 1,12mm.

7) Dois compostos inorgânicos, AB e AC, apresentam A, o cátion comum, e B e C, os ânions. Sabe-se que o ânion B apresenta raio atômico menor que o do ânion C e ambos apresentam a mesma carga iônica.

Discutir, com base nas ligações químicas, como tais características podem interferir nas propriedades físicas, como ponto de fusão e de ebulição dos compostos citados, comparando tais propriedades entre os compostos.

RESPOSTA:

O fato de os compostos apresentarem cátion em comum e ânions diferentes e com dimensões diferentes causa uma distorção na nuvem eletrônica do ânion mudando seu potencial iônico. Tal mudança causa uma concentração de cargas próximas ao cátion e quanto maior for o tamanho do ânion mais acentuada é a distorção, causando variação das propriedades das substâncias. Ocorre uma tendência da ligação deixar de ser iônica e tender a ser covalente. Assim, tem-se uma acentuação das propriedades de compostos do tipo covalente para os compostos que apresentam maiores dimensões. Desta forma, irá se observar que:

- Ponto de fusão: composto AB > composto AC;
- Ponto de ebulição: composto AB > composto AC.

- 8) Dois combustíveis A e B estão sendo testados experimentalmente e são comparados os resultados obtidos com previsões teóricas.

No primeiro caso (combustível A), tendo sido feitas algumas determinações experimentais, o combustível A apresentou carbono, hidrogênio e ausência de nitrogênio. O teor de água apresentado é compatível com a previsão teórica. Entretanto, verificou-se que o poder calorífico superior teórico é maior que o poder calorífico superior obtido experimentalmente.

No caso do segundo combustível (B), levantou-se a hipótese de este apresentar poder calorífico superior igual ao poder calorífico inferior.

Com base nas informações fornecidas, responda:

- a) O que poderia causar a diferença entre o poder calorífico superior teórico e o experimental no caso do combustível A? Justificar as afirmações que fizer.
- b) É possível se ter poder calorífico superior igual ao poder calorífico inferior para um combustível? Justificar as afirmações que fizer.

Dados:

Massas atômicas: C=12; H=1; O=16; S=32

Reações de combustão:



$$\text{PCS} = - \sum n_i \Delta H_i$$

RESPOSTA:

- a) O fato de haver diferença entre o poder calorífico superior e o experimental teórico deve-se, provavelmente, a que o combustível A apresente oxigênio em sua composição. A presença de oxigênio num combustível sólido acarreta a formação de água ligada, diminuindo a quantidade de hidrogênio livre para a combustão.

De acordo com a expressão:

$$PCS = - \sum n_i \Delta H_i$$

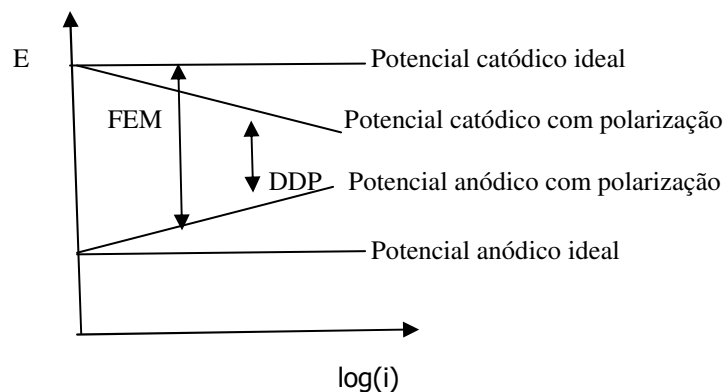
o termo n_i para o hidrogênio será menor com a presença do oxigênio. Tal afirmação baseia-se na Hipótese de Dulong, em que supõe-se que todo o oxigênio esteja ligado a parte do hidrogênio do combustível, diminuindo o teor de hidrogênio livre. O teor de água não é afetado uma vez que se considera todo o conteúdo de hidrogênio para tal determinação, ou seja, considera-se a água proveniente do hidrogênio livre e do hidrogênio ligado. Assim, seria recomendável a análise do combustível para a determinação de oxigênio nele.

- b) A possibilidade de se ter poder calorífico superior igual ao poder calorífico inferior dever-se-ia ao fato de este combustível B não apresentar hidrogênio em sua composição. O que causa a diferença entre o calorífico superior e poder calorífico inferior é o teor de água que deve ser evaporado quando na obtenção do poder calorífico inferior a partir do poder calorífico superior. Assim, seria recomendável que se determinasse a presença ou não de hidrogênio no combustível considerado.

9) Uma pilha construída apresentou, antes de entrar em funcionamento, uma força eletromotriz K_1 . Ao ser colocada em funcionamento, a diferença de potencial apresentada foi K_2 , de tal forma que $K_1 > K_2$. Utilizando um gráfico de potencial em função do $\log(i)$ (logaritmo da densidade de corrente), explicar tal diferença.

RESPOSTA:

A diferença entre a FEM (força eletromotriz) antes de a pilha iniciar seu funcionamento e a diferença de potencial (DDP) após iniciar seu funcionamento deve-se ao fenômeno de polarização da pilha. A polarização consiste na dificuldade de transferência de carga em função do acúmulo destas na interface eletrodo/solução eletrolítica. Graficamente tem-se:



O potencial catódico é afetado pela polarização da seguinte forma:

$$E(\text{catódico}) = E(\text{catódico ideal}) - \eta_c$$

O potencial anódico é afetado pela polarização da seguinte forma:

$$E(\text{anódico}) = E(\text{anódico ideal}) + \eta_A$$

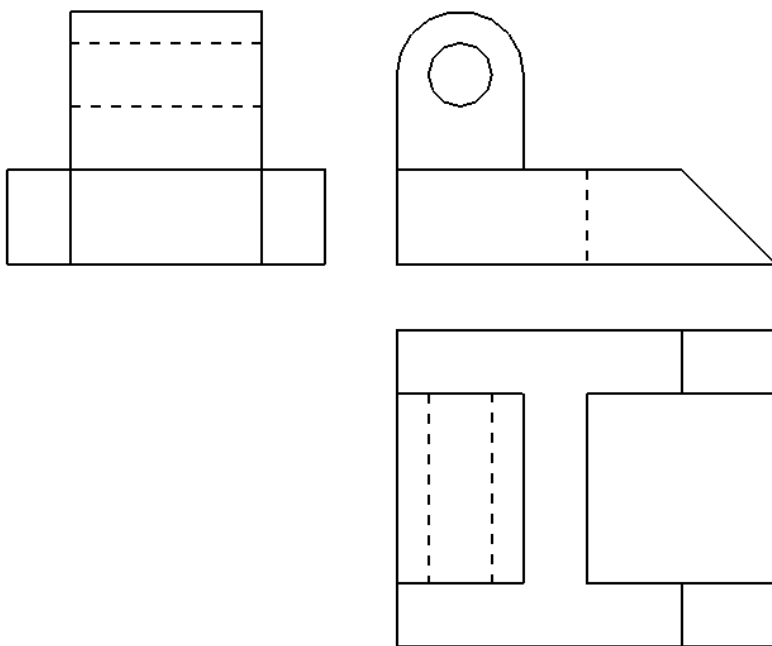
Como a Diferença de potencial da pilha é calculada pela diferença entre o potencial catódico e o anódico:

$$DDP = E(\text{catódico ideal}) - \eta_c - (E(\text{anódico ideal}) + \eta_A) =$$

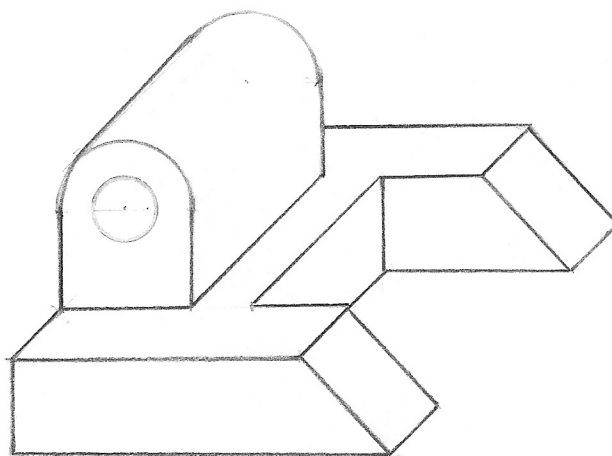
$$E(\text{catódico ideal}) - E(\text{anódico ideal}) - \eta_c - \eta_A = FEM - \eta_c - \eta_A$$

Verifica-se que a DDP tende a diminuir.

- 10)** Desenhe a perspectiva cavaleira da peça dada pelas vistas ortográficas abaixo.
Posicione a peça adequadamente para representá-la em perspectiva cavaleira.
Utilize escala 1:1 (natural), ângulo das fugantes = 45° (1° quadrante) e $k = 1$.

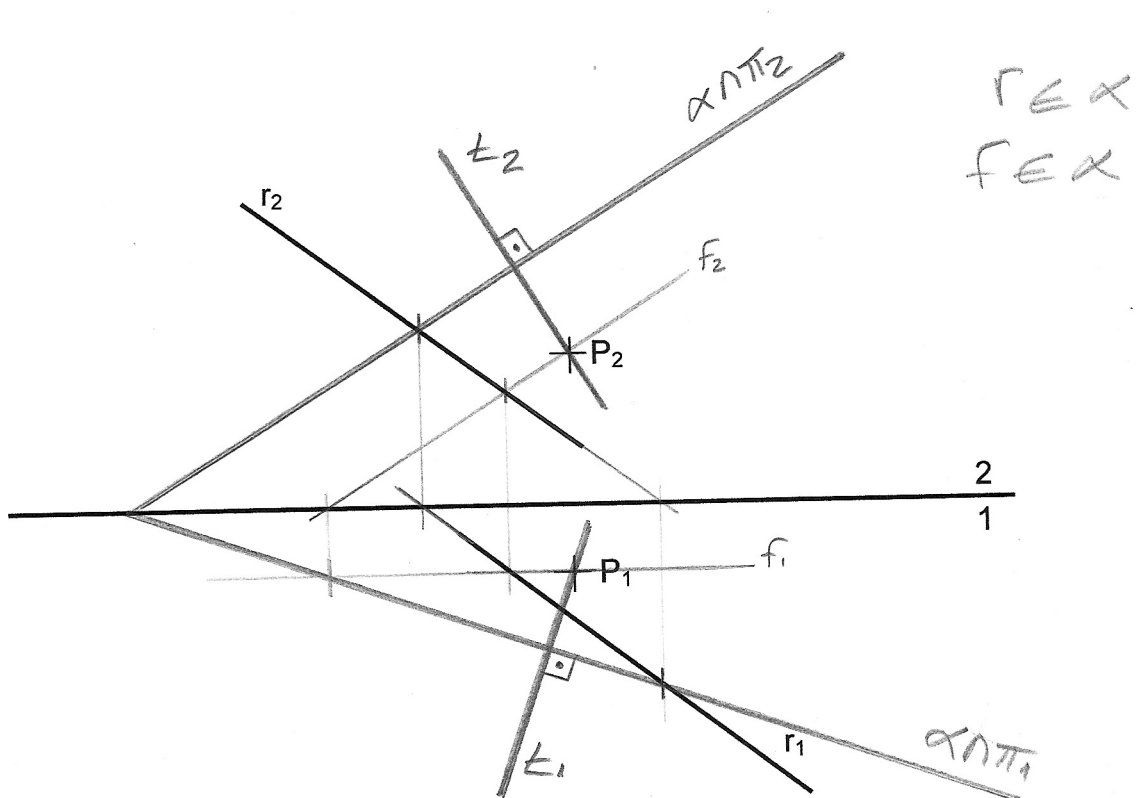


RESPOSTA:



- 11)** O plano α é definido pela reta r e pelo ponto P cujas projeções são dadas na é pura abaixo. Determine:
- Os traços horizontal ($\alpha \cap \pi_1$) e vertical ($\alpha \cap \pi_2$) do plano α ;
 - As projeções horizontal (t_1) e vertical (t_2) da reta t que é perpendicular ao plano α e contém P .

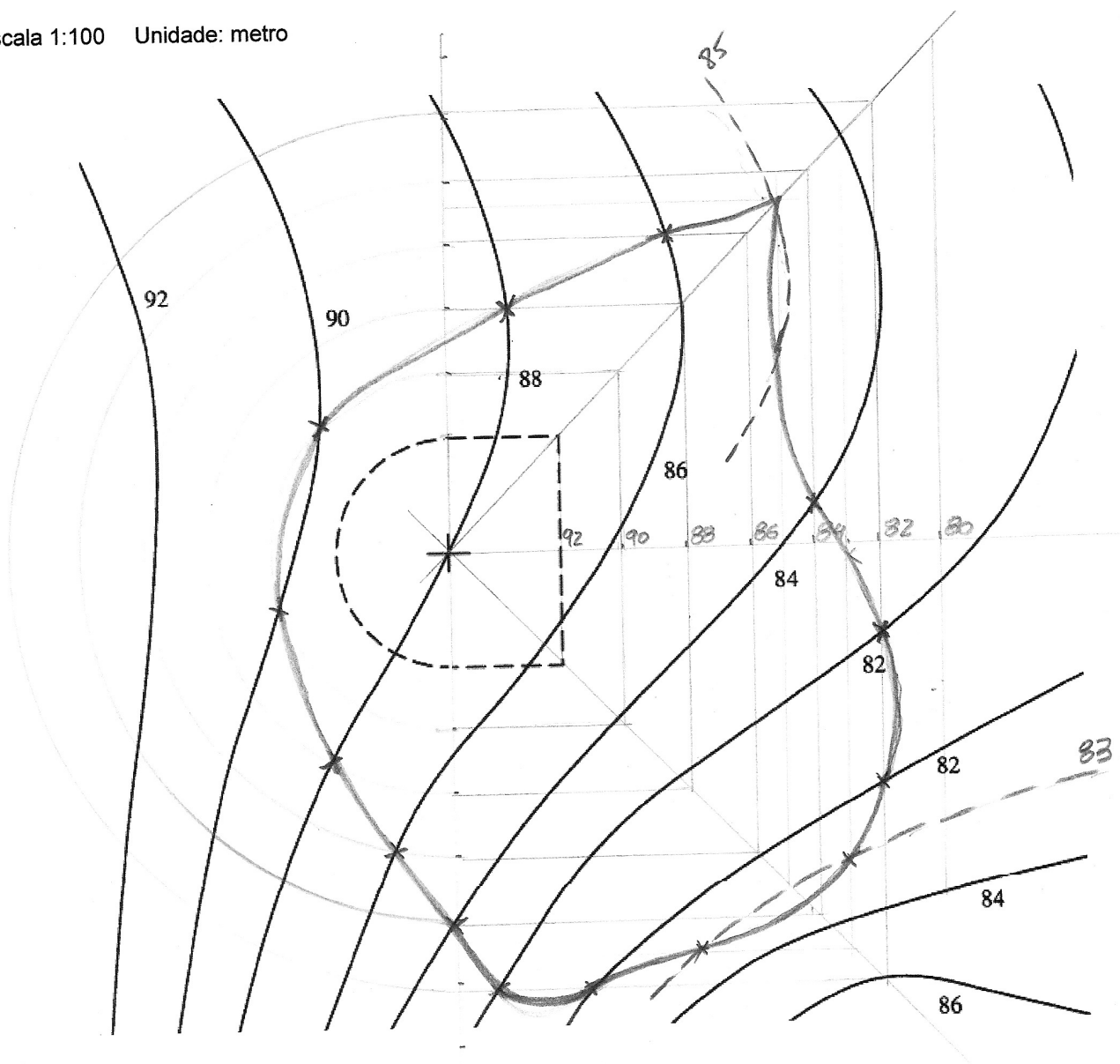
Deixe as construções na folha e indique claramente as respostas, usando a notação acima.



- 12) Uma encosta está representada pelas suas curvas de nível. Em tracejado estão representados os limites de um patamar horizontal de cota 92 m que se pretende construir nessa encosta. Sabe-se que as rampas de corte e de aterro devem ter declividade igual a 2. Determinar as linhas de encontro dessas rampas de corte e de aterro com o terreno.

Escala 1:100 Unidade: metro

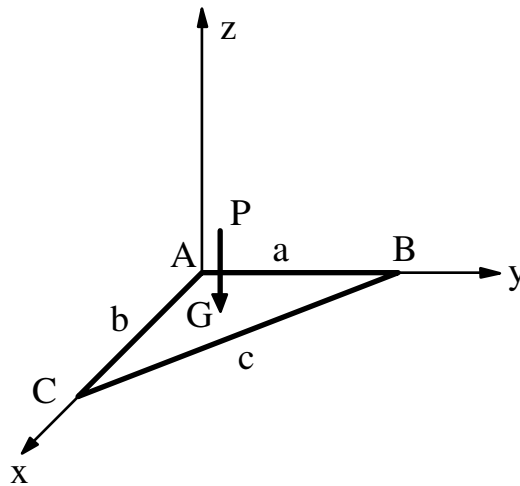
Escala 1:100 Unidade: metro



$$P=2 \rightarrow i = \frac{1}{P} = \frac{1}{2} \text{ m. Em escala: } i = 0,5 \text{ cm} \\ 2i = 1 \text{ cm}$$

13) A figura mostra uma placa triangular ABC de peso P. Sobre a placa agem a força $\vec{F} = m\vec{i} + n\vec{j} + P\vec{k}$, aplicada no ponto B, e um binário de momento $\vec{M} = -(2aP/3)\vec{i} - (bP/3)\vec{j} + am\vec{k}$ ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ são os versores dos eixos x, y e z, respectivamente). Pede-se:

- Determinar a resultante \vec{R} ;
- Determinar o momento resultante \vec{M}_B em relação ao polo B;
- Mostre que o sistema é redutível a uma única força.



RESPOSTA:

a) A resultante é:

$$\vec{R} = m\vec{i} + n\vec{j}$$

b) O momento resultante em relação ao polo B é:

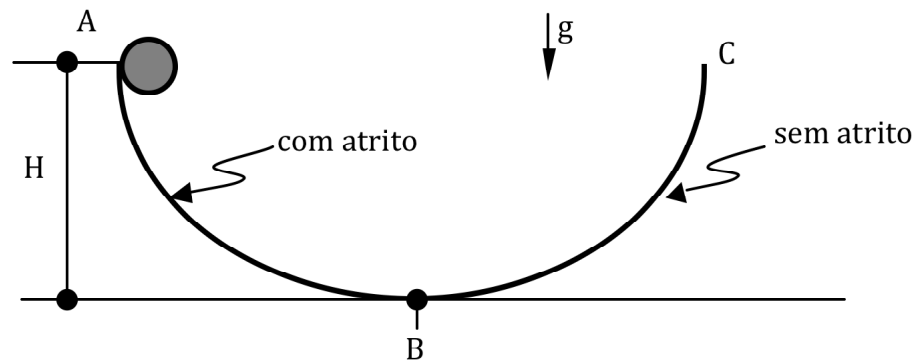
$$\vec{M}_B = (G - B) \wedge \vec{P} + \vec{M} = am\vec{k}$$

c) O sistema é redutível a uma única força, pois o invariante escalar do sistema é nulo:

$$\vec{R} \neq \vec{0}; I = \vec{R} \cdot \vec{M}_B = 0$$

- 14)** Uma esfera é solta a partir do repouso do ponto A de uma rampa ABC, que está a uma altura H. No trecho AB a esfera rola sem escorregar e, a partir de B, não existe atrito entre a superfície da rampa e a esfera.

A altura máxima atingida pela esfera no lado sem atrito da rampa é maior, menor ou igual à altura H? Justifique.

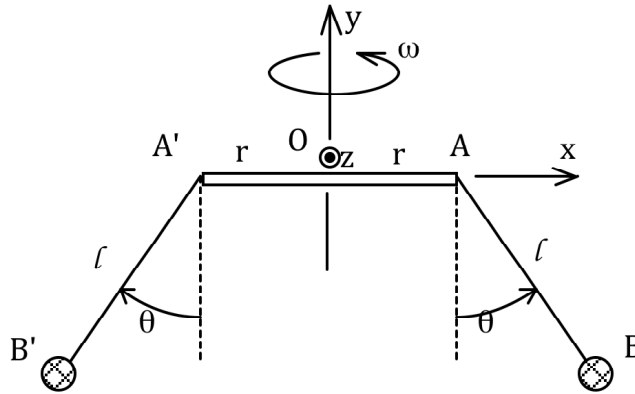


RESPOSTA:

A altura máxima atingida pela esfera na rampa sem atrito é menor que a altura H. Ainda ocorre movimento de rotação da esfera quando esta atinge o ponto mais alto no lado da rampa sem atrito; portanto, somente parte da energia potencial que foi transformada em energia cinética é transformada novamente em energia potencial.

15) A barra AA' da figura permanece horizontal, girando com velocidade angular ω constante ao redor do eixo vertical Oy, e tem comprimento 2r. Os fios que ligam as massas B e B' aos pontos A e A', respectivamente, têm comprimento l cada um. Considere como referencial móvel a barra AA'. Supondo que os pontos A, A', B e B' permanecem num mesmo plano vertical, determine em função de θ , $\dot{\theta}$, $\ddot{\theta}$ e das constantes dadas, e usando o sistema de coordenadas (x,y,z) indicado:

- As velocidades de arrastamento $\vec{v}_{B,a}$, relativa $\vec{v}_{B,r}$ e absoluta \vec{v}_B de B;
- As acelerações de arrastamento $\vec{a}_{B,a}$, complementar (Coriolis) $\vec{a}_{B,c}$, relativa $\vec{a}_{B,r}$ e absoluta \vec{a}_B do mesmo ponto B;
- O vetor de rotação absoluto $\vec{\Omega}$ de AB.



Observação: $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ são os versores dos eixos x, y e z, respectivamente.

RESPOSTA:

a) A velocidade de arrastamento de B é:

$$\begin{aligned}\vec{v}_{B,a} &= \vec{v}_{O,a} + \vec{\omega} \wedge (B - O) \\ \vec{v}_{B,a} &= \vec{0} + \omega \vec{j} \wedge (r\vec{i} + l \sin \theta \vec{i} + l \cos \theta \vec{j}) \\ \vec{v}_{B,a} &= (\omega r + \omega l \sin \theta)(-\vec{k})\end{aligned}$$

A velocidade relativa de B é:

$$\begin{aligned}\vec{v}_{B,r} &= \vec{v}_{A,r} + \dot{\theta} \vec{k} \wedge (B - A) \\ \vec{v}_{B,r} &= \vec{0} + \dot{\theta} \vec{k} \wedge (l \sin \theta \vec{i} - l \cos \theta \vec{j}) \\ \vec{v}_{B,r} &= \dot{\theta} l \cos \theta \vec{i} + \dot{\theta} l \sin \theta \vec{j}\end{aligned}$$

A velocidade absoluta de B é:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_{B,a} + \vec{v}_{B,r}$$

$$\vec{v}_B = \dot{\theta}l \cos \theta \vec{i} + \dot{\theta}l \sin \theta \vec{j} - (\omega r + \omega l \sin \theta) \vec{k}$$

b) A aceleração de arrastamento de B é:

$$\vec{a}_{B,a} = \vec{a}_{O,a} + \dot{\vec{\omega}} \wedge (B - O) + \vec{\omega} \wedge [\vec{\omega} \wedge (B - O)]$$

$$\vec{a}_{B,a} = \omega \vec{j} \wedge [\omega \vec{j} \wedge (r \vec{i} + l \sin \theta \vec{i} + l \cos \theta \vec{j})]$$

$$\vec{a}_{B,a} = \omega^2 (r + l \sin \theta) (-\vec{i})$$

A aceleração relativa de B é:

$$\vec{a}_{B,r} = \vec{a}_{A,r} + \ddot{\theta} \vec{k} \wedge (B - A) + \dot{\theta} \vec{k} \wedge [\dot{\theta} \vec{k} \wedge (B - A)]$$

$$\vec{a}_{B,r} = \ddot{\theta} \vec{k} \wedge (l \sin \theta \vec{i} - l \cos \theta \vec{j}) + \dot{\theta} \vec{k} \wedge [\dot{\theta} \vec{k} \wedge (l \sin \theta \vec{i} - l \cos \theta \vec{j})]$$

$$\vec{a}_{B,r} = (\ddot{\theta} l \cos \theta - \dot{\theta}^2 l \sin \theta) \vec{i} + (\ddot{\theta} l \sin \theta + \dot{\theta}^2 l \cos \theta) \vec{j}$$

A aceleração complementar de B é:

$$\vec{a}_{B,c} = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{B,r}$$

$$\vec{a}_{B,c} = 2\omega \vec{j} \wedge (\dot{\theta} l \cos \theta \vec{i} + \dot{\theta} l \sin \theta \vec{j})$$

$$\vec{a}_{B,c} = 2\omega \dot{\theta} l \cos \theta \vec{k}$$

A aceleração absoluta de B é:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{B,a} + \vec{a}_{B,r} + \vec{a}_{B,c}$$

c) O vetor rotação absoluto de AB é:

$$\vec{\Omega} = \omega \vec{j} + \dot{\theta} \vec{k}$$