EXAME DE TRANSFERÊNCIA EXTERNA 2012
(SEGUNDA FASE)

EXAME PARA PORTADORES DE DIPLOMA DE NÍVEL SUPERIOR 2012

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA

25/09/2011

Nome Completo: ____

Documento de Identidade: ____

Assinatura: ____

INSTRUÇÕES

1. **Somente iniciar a prova quando for autorizado pelo fiscal de sala**.
2. A prova tem **30 páginas**, incluindo a página de rosto. O espaço em branco que segue cada uma das **15 questões** é para a sua resolução. A página **30** é para **rascunho** e **não será considerada na correção**.
3. Verificar se o seu **nome** e a sua **opção de curso** estão corretos na etiqueta de identificação da prova.
4. Não esquecer de identificar a página de rosto da prova, colocando seu nome completo (sem abreviações), o número do seu documento de identidade e a sua assinatura nos locais indicados.
5. **Não é permitido o uso de calculadora ou celular durante a prova**. O uso desses aparelhos poderá implicar a desclassificação sumária do candidato (**Deixar o celular desligado**).
6. Não é permitido o uso de outros materiais estranhos à prova.
7. A prova é para ser resolvida à **caneta** (azul ou preta), com exceção dos desenhos técnicos.
8. A interpretação do enunciado de cada questão faz parte da sua resolução.
9. Duração da prova: **5 horas**. Saída permitida a partir das **14h30min**.
10. Não é permitido fumar no local de exame.

Gabarito

1) Seja $\Sigma = (O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ um sistema de coordenadas ortogonal em E^3, no qual $\{\vec{i},\vec{j},\vec{k}\}$ é uma base ortonormal positiva de V^3. Considere os pontos:

$A = (-2,0,1)_\Sigma$, $B = (0,0,-1)_\Sigma$, $C = (1,1,1)_\Sigma$ e $D = (1,2,2)_\Sigma$.

a) Verifique se os pontos *A*, *B* e *C* são vértices de um triângulo.

b) Calcule a altura do triângulo *ABC* relativamente ao vértice *C*.

c) Dê uma equação geral do plano determinado pelos pontos *A*, *B* e *C*.

d) Verifique se os pontos *A, B*, *C* e *D* são vértices de um tetraedro.

e) Calcule o volume do tetraedro *ABCD.*

RESPOSTA:

a) Os pontos *A, B* e *C* determinam os vetores: $\overrightarrow{AB} = (2, 0, -2)$ e $\overrightarrow{AC} = (3, 1, 0)$, que são linearmente independentes. Portanto os pontos *A, B* e *C* são vértices de um triângulo.

b) Primeiramente, vamos determinar a reta que passa por *C* e é perpendicular à reta *r*, determinada por *A* e *B*. Um ponto de *r* tem coordenadas do tipo:

$X = (2\lambda, 0, -1-2\lambda)_\Sigma$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Assim, $\overrightarrow{CX} = (2\lambda-1, -1, -2-2\lambda)$.

Queremos que $\overrightarrow{CX}$ seja ortogonal à $\overrightarrow{AB}$; então, devemos impor o produto escalar: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CX} = 0$.

Daí, $\lambda = -1/4$ e, neste caso, $\overrightarrow{CX} = (-3/2, -1, -3/2)$. A altura procurada é igual ao módulo desse vetor, que é:

$\|CX\| = \sqrt{11/2}$.

c) Um ponto $X = (x, y, z)_\Sigma$ pertence ao plano determinado pelos pontos *A, B* e *C* se, e somente se, os vetores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AX} = (x+2,y,z-1)$, forem linearmente dependentes. Para isso, impomos que:

$$\det\begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 0 \\ x+2 & y & z-1 \end{bmatrix} = 0.$$

Temos, então, que uma equação geral do plano determinado pelos pontos *A, B* e *C* é: $x-3y+z+1=0$.

d) No item **(a)** vimos que os pontos *A, B* e *C* são vértices de um triângulo e, no item (c), vimos que uma equação geral do plano determinado por esses pontos é: $x-3y+z+1=0$. Para verificarmos que os pontos *A, B*, *C* e *D* são vértices de um tetraedro, vamos localizar o ponto *D* relativamente a esse plano. Usando as coordenadas desse ponto, concluímos que o ponto *D* não pertence ao plano, pois $1-3.2+2+1 = -2 \neq 0$.

e) No item anterior, verificamos que os pontos *A, B, C* e *D* não são coplanares; portanto, o volume do tetraedro *ABCD* é calculado com os vetores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AD} = (3, 2, 1)$, através do produto misto dado pela expressão:

$$(1/6)\,|\,[\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\ ]\,| = \frac{1}{6}\left|\det\begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}\right| = \frac{1}{6}|-4| = 2/3.$$

2) Considere em R^3 o produto interno usual, $<(x,y,z),(a,b,c)>=ax+by+cz$, para todos (x,y,z), (a,b,c) em R^3. Seja B = {(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)} base de R^3. Considere a transformação linear **T**: $R^3 \rightarrow R^3$, cuja matriz em relação à base B é:

$$A=\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

a) Calcule todos os autovalores de **T**.

b) Encontre uma base de R^3 formada por autovetores de **T** e exiba a matriz de **T** em relação a essa base.

c) Encontre uma matriz **ortogonal**, M, tal que M^tAM seja uma matriz diagonal.

d) Ache uma matriz H tal que H^3=A.

<u>Observações</u>**:** 1) M^t denota a matriz transposta de M.
2) Uma matriz é chamada de ortogonal quando a sua inversa é igual à sua transposta.

<u>RESPOSTA:</u>

a) Primeiramente, vamos calcular o polinômio característico de **T**,

$$p_{\mathbf{T}}(x) = \det\begin{bmatrix} 1-x & -2 & 0 \\ -2 & 1-x & 0 \\ 0 & 0 & -1-x \end{bmatrix} = (3\text{-}x)(1+x)^2 .$$

As raízes de $p_{\mathbf{T}}(x)$ são os autovalores de **T**. Então, os autovalores de **T** são 3 e -1.

b) Vamos encontrar os autovetores associados ao autovalor -1, ou seja, vamos determinar o subespaço ker(**T**+**I**). A matriz do operador **T**+**I** em relação à base B é:

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Se $(x,y,z) \in$ ker(**T**+**I**), então $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Donde concluímos que ker(**T**+**I**) $=\{(x, x, z) : x, z \in \mathbb{R}\}$, e uma base desse subespaço é: {(0,0,1), (1,1,0)}.
Agora, vamos fazer o mesmo para o autovalor 3, ou seja, vamos determinar o subespaço ker(**T**-3**I**).

A matriz do operador **T**-3**I** em relação à base B é: $\begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$.

Se $(x,y,z) \in \ker(\mathbf{T}\text{-}3\mathbf{I})$, então $\begin{bmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Donde concluímos que $\ker(\mathbf{T}\text{-}3\mathbf{I}) = \{(x, -x, 0) : x \in \mathbf{R}\}$, e uma base desse subespaço é: $\{(1,-1,0)\}$.

Assim, uma base de $\mathbf{R}^3$ formada por autovetores de **T** é: $C=\{(0,0,1), (1,1,0), (1,-1,0)$, já que a dimensão de $\mathbf{R}^3$ é 3, e também sabemos que autovetores associados a autovalores diferentes são linearmente independentes.

A matriz de **T** em relação a essa base é:

$$[\mathbf{T}]_C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

c) No item **(b)**, encontramos a base $C=\{(0,0,1), (1,1,0), (1,-1,0)\}$, que não é ortonormal. Vamos ortonormalizá-la. Observemos que os vetores dessa base já são dois a dois ortogonais. Então, uma base ortonormal de $\mathbf{R}^3$, formada por autovetores de **T** é:

$$C' = \{(0,0,1), (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0), (\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, 0)\}.$$

Portanto, uma matriz ortogonal, M, tal que M^tAM seja uma matriz diagonal é $M = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

d) A matriz de **T** em relação à base C' de $\mathbf{R}^3$ encontrada no item **(c)** é:

$$[\mathbf{T}]_{C'} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

Assim, podemos escrever $A = [\mathbf{I}]_{C',B} [\mathbf{T}]_{C'} [\mathbf{I}]_{B,C'}$, em que **I** é o operador identidade de $\mathbf{R}^3$,

$$M = [\mathbf{I}]_{C',B} = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } M^{-1} = M^t = [\mathbf{I}]_{B,C'}.$$

Se considerarmos a matriz $K = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt[3]{3} \end{bmatrix}$, observamos que $K^3 = [\mathbf{T}]_{C'}$ e, então, se tomarmos $H=MKM^t$, teremos que $H^3 = MK^3M^t = M[\mathbf{T}]_{C'}M^t = A$.

Assim, $H = \begin{bmatrix} \frac{-1+\sqrt[3]{3}}{2} & \frac{-1-\sqrt[3]{3}}{2} & 0 \\ \frac{-1-\sqrt[3]{3}}{2} & \frac{1+\sqrt[3]{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ é a matriz procurada.

3) Considere, em R^3, o produto interno usual, <(x,y,z),(a,b,c)>=ax+by+cz, para todos (x,y,z), (a,b,c) em R^3. Seja *W* o subespaço de R^3 dado por:

$W = \{(x,y,z) \in R^3 : x+y-z = 0\}$.

Considere a transformação linear **P**: $R^3 \rightarrow R^3$ definida por:

P(x,y,z) = $proj_W$(x,y,z), a projeção ortogonal de (x,y,z) em *W.*

a) Mostre que a dimensão do núcleo (*kernel*) de **P** é igual a **1** e dê uma equação de reta que represente esse núcleo.

b) Ache uma base de R^3 tal que a matriz de **P**, em relação a essa base, seja:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

c) Encontre a expressão de **P**(x,y,z).

RESPOSTA:

a) Primeiramente, observamos que o subespaço *W* representa um plano que passa pela origem, $O = (0, 0, 0)$, em $\mathbb{R}^3$, que tem x+y-z = 0 como uma equação geral e, portanto, um vetor normal a esse plano é $n = (1, 1, -1)$. Como a transformação linear **P** é a projeção ortogonal em *W,* temos que **P** fixa os vetores de *W*, isto é, **P**(w)=w para todo $w \in W$. Então, a imagem de **P** é *W*, que tem dimensão igual a 2. Assim, pelo Teorema do Núcleo e da Imagem, concluímos que a dimensão do núcleo de **P** é igual a 1, já que a dimensão do $\mathbb{R}^3$ é igual a 3. Por outro lado, temos que **P**(n) = (0,0,0). Dessa forma, temos que o núcleo de **P** é representado pela reta que passa por $O = (0, 0, 0)$ e que tem a direção de $n = (1,1,-1)$. Uma equação dessa reta é: $X = (0, 0, 0) + \lambda(1, 1, -1),\ \lambda \in \mathbb{R}$.

b) Vamos encontrar uma base de *W*. Se $(x,y,z) \in W$, então x+y-z = 0 e, portanto, $W = \{ (x,y,x+y) : x,y \in \mathbb{R}\}$. Assim {(1, 0, 1), (0, 1, 1)} é uma base para *W*.
Como $n = (1, 1, -1)$ é um vetor normal a *W*, concluímos que o conjunto: *B*={ (1, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 1, -1) } é linearmente independente e, desde que a dimensão de $\mathbb{R}^3$ é 3, temos que esse conjunto é uma base de $\mathbb{R}^3$, que é uma das bases procuradas, pois a matriz de **P** em relação à base *B* é:

$$[\mathbf{P}]_B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

já que no item **(a)** vimos que **P**(w)=w para todo $w \in W$ e que **P**(n) = (0,0,0).

c) Sabemos que se $\{w_1, w_2\}$ é uma base ortonormal de *W*. Então, a projeção ortogonal de um vetor v de $\mathbb{R}^3$ em *W* é dada pela expressão: $\mathbf{P}(v) = <v, w_1> w_1 + <v, w_2> w_2$.
Então, vamos encontrar uma base ortonormal para *W*, usando o método de ortogonalização de Gram-Schmidt, no conjunto: { (1, 0, 1), (0, 1, 1) }.
Chamamos $s = (1, 0, 1)$, então $\|s\|^2 = 2$, e $r = (0,1,1)$.

$t = r - \dfrac{< r, s >}{\|s\|^2} s$ = (0, 1, 1) - $\dfrac{1}{2}$ (1,0,1) = (-$\dfrac{1}{2}$, 1 , $\dfrac{1}{2}$) é ortogonal a *s*, e $\|t\|^2 = \dfrac{3}{2}$.

Assim, $w_1 = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ (1, 0, 1) e $w_2 = \sqrt{\dfrac{2}{3}}$ (-$\dfrac{1}{2}$, 1 , $\dfrac{1}{2}$).

Finalmente, se *v*=(x,y,z), temos:

$$\mathbf{P}(v) = \mathbf{P}(x,y,z) = \frac{x+z}{2}(1, 0, 1) + \frac{-x+2y+z}{6}(-1, 2, 1) ,$$

ou seja,

$$\mathbf{P}(x,y,z) = \left(\frac{2x-y+z}{3} , \frac{-x+2y+z}{3} , \frac{x+y+2z}{3} \right).$$

4) Responda:

a) O que é polimorfismo? O que é alotropia?

b) Calcule o volume da célula unitária da estrutura cristalina cúbica de face centrada (CFC), em função do raio atômico do elemento químico. Indique todas as passagens do cálculo. Não será considerada a resposta final somente.

c) Calcule o fator de empacotamento atômico (FEA) para a célula unitária da estrutura cristalina cúbica de face centrada (CFC), em função do raio atômico do elemento químico. Indique todas as passagens do cálculo. Não será considerada a resposta final somente.

d) Desenhe o plano mais compacto e a direção mais compacta da estrutura cristalina cúbica de face centrada (CFC).

Adote:

$$\sqrt{2} = 1{,}40 \quad e \ \pi = 3{,}0$$

RESPOSTA:

a)

Polimorfismo: quando um composto químico no estado sólido tem mesma fórmula química e mais de uma estrutura cristalina. A estrutura cristalina que prevalece em uma dada condição é função da temperatura e da pressão externa. Ex: SiO_2 (quartzo α = trigonal) e SiO_2 (quartzo β = hexagonal).

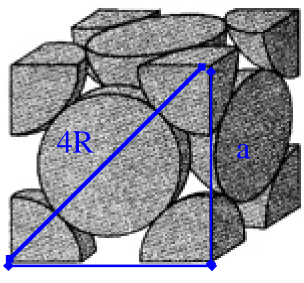
Alotropia: quando um elemento químico no estado sólido tem mais de uma estrutura cristalina. A estrutura cristalina que prevalece em uma dada condição é função da temperatura e da pressão externa. Ex: Fe (α) CCC e Fe(γ) CFC.

b)

O volume da célula unitária é:

$$V_{cel} = a^3 \ (1)$$

Aplicando o teorema de Pitágoras para relacionar o parâmetro de rede (a) com o raio atômico (R) na face do cubo para a estrutura cúbica de face centrada, tem-se:



$$(4R)^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow 16R^2 = 2a^2 \Rightarrow a = \sqrt{8}R \Rightarrow \boxed{a = 2\sqrt{2}R} \ (2)$$

Substituindo (2) em (1):

$$V_{cel} = (2\sqrt{2}R)^3 = 16\sqrt{2}R^3 \Rightarrow \boxed{V_{cel} = 16\sqrt{2}R^3}$$

c)

O fator de empacotamento atômico (FEA) é calculado através da razão:

$$FEA = \frac{volume \;\; de \;\; átomos \;\; na \;\; célula \;\; unitária}{volume \;\; da \;\; célula \;\; unitária} = \frac{V_{at}}{V_{cel}}$$

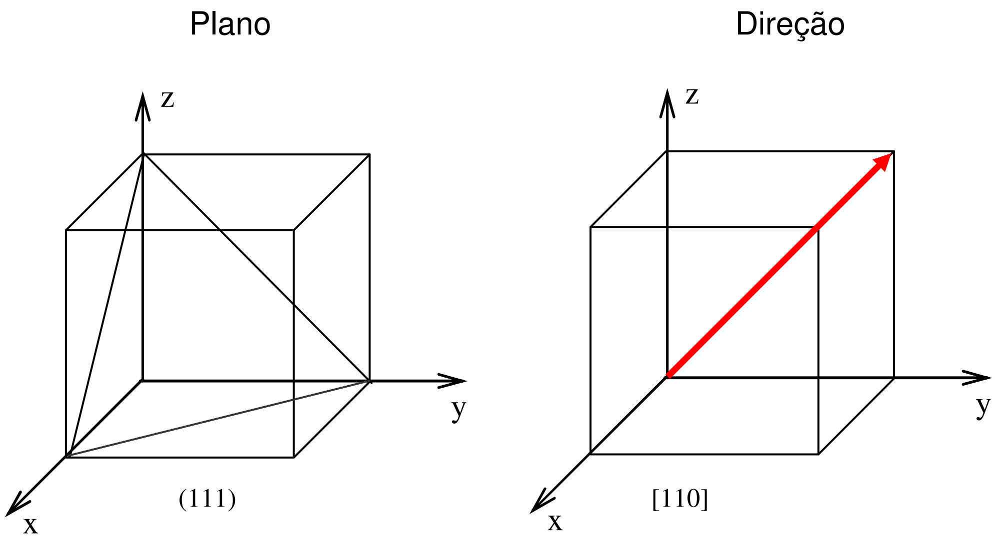
A célula unitária do reticulado CFC contém 4 átomos. O volume de átomos na célula unitária é:

$$V_{at} = 4.\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{16}{3}\pi R^3$$

$$FEA = \frac{\frac{16}{3}\pi R^3}{16\sqrt{2}R^3} = \frac{16.\pi.\sqrt{2}}{2.3.16} = \frac{\pi\sqrt{2}}{6} = \frac{3.1,4}{6} \cong 0,70$$

O FEA calculado para o CFC mostra que aproximadamente 70% do volume da célula unitária é ocupado por átomos e 30% são espaços vazios.

d)



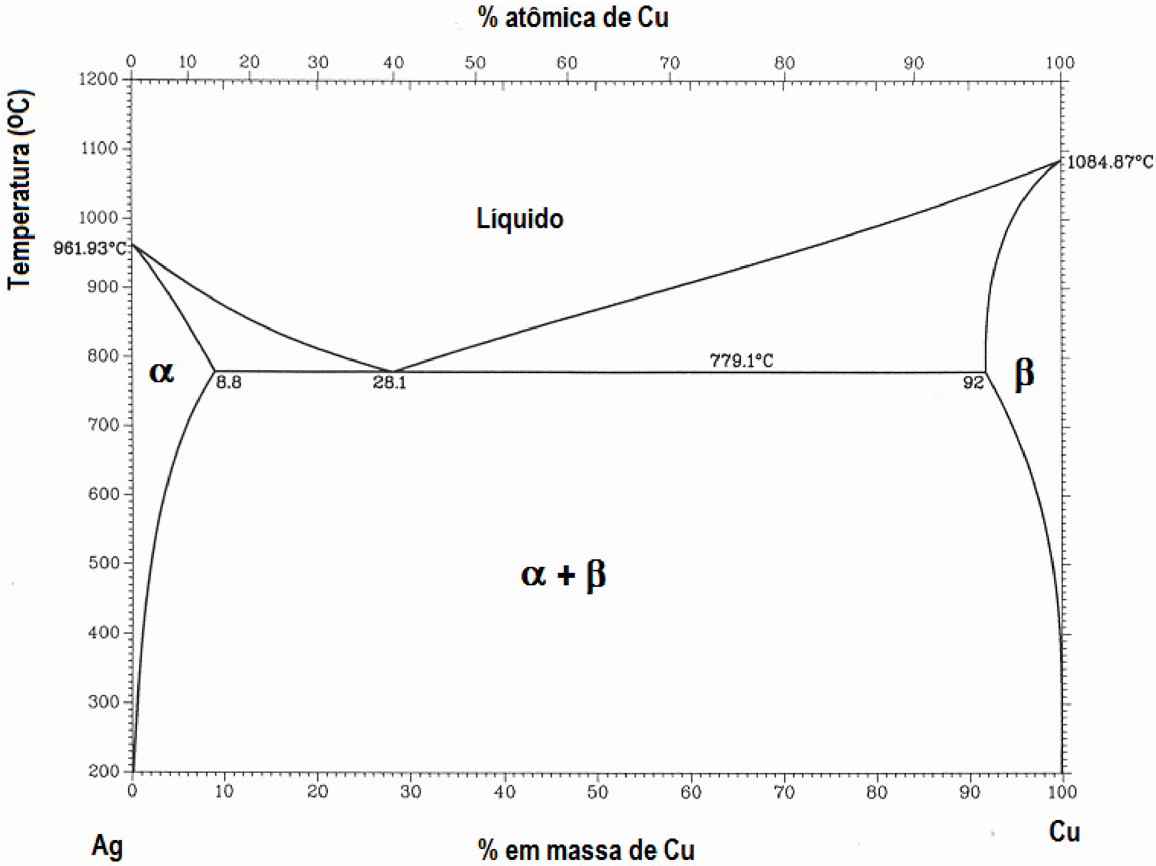
5) É possível que uma liga Ag-Cu a fase β sólida com composição química 5%Ag-95%Cu esteja em equilíbrio com a fase líquida com composição de 25%Ag-75%Cu?

Em caso afirmativo, qual seria a temperatura de equilíbrio entre estas duas fases? A qual faixa de composição química a liga Ag-Cu pertence?

Em caso negativo, explicar o porquê.

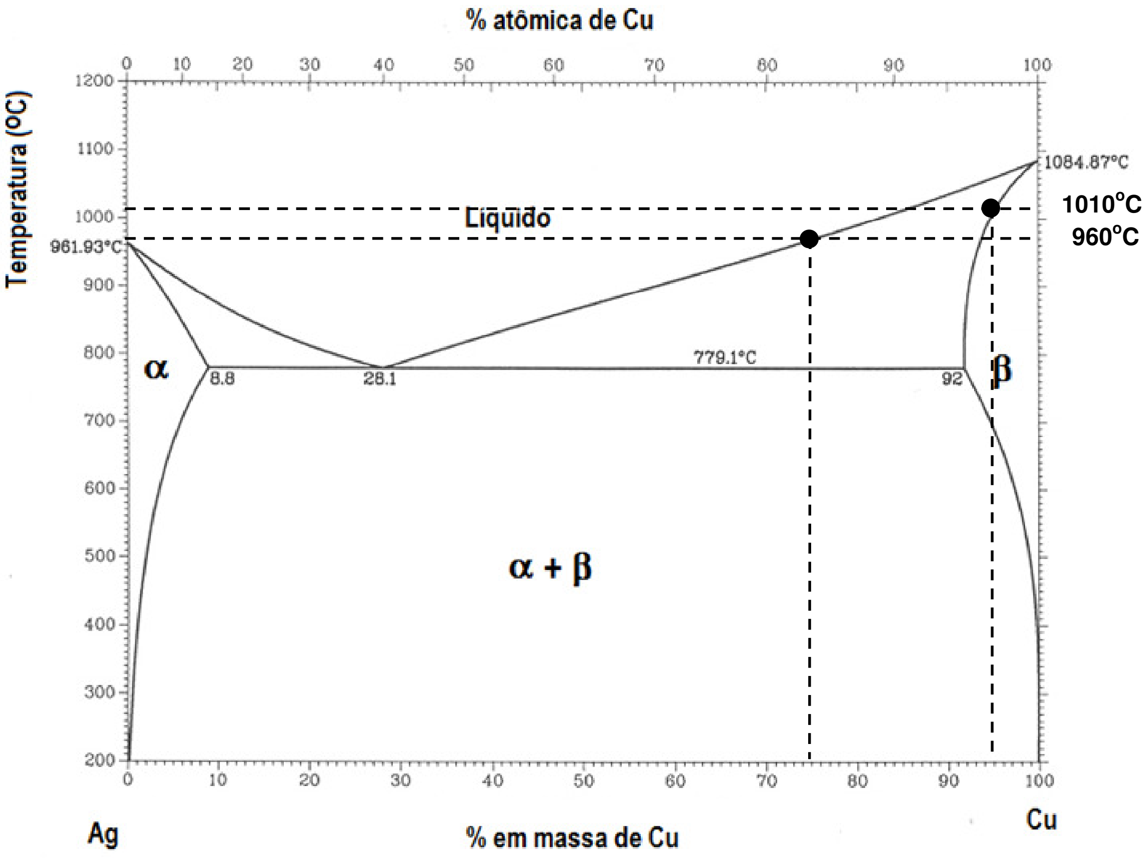
Nota: *as composições são dadas em porcentagem em massa*.

Dados:



RESPOSTA:

Para os dados fornecidos de composição química, não é possível que o líquido esteja em equilíbrio termodinâmico com a fase β. Não existe uma linha horizontal dentro do campo (L + β) que intercepte as linhas *solidus* e *liquidus* nas composições especificadas. Para a composição da fase β com 5%Ag-95%Cu, a temperatura de equilíbrio é de aproximadamente 1010 °C. Para o líquido com 25%Ag-75%Cu, a temperatura de equilíbrio é de aproximadamente 960 °C. Assim, as duas composições químicas não estão em equilíbrio termodinâmico.



6) Deseja-se selecionar um material e um tratamento térmico para uma engrenagem de uma caixa de câmbio de um automóvel. Essa engrenagem deve ter uma dureza superficial maior que 36 HRC, para evitar desgaste na superfície dos dentes da engrenagem. Deve, ainda, possuir um alongamento mínimo de 13% para que seu núcleo seja tenaz. Com base na tabela abaixo, escolha o melhor aço e o melhor tratamento térmico. Justifique.

Aço / Meio de têmpera	**Como temperado**	**Revenido a 530 °C por 1 hora**		**Revenido a 600 °C por 1 hora**		**Revenido a 640 °C por 1 hora**	
	Dureza HRC	**Dureza HRC**	**Alongamento (%)**	**Dureza HRC**	**Alongamento (%)**	**Dureza HRC**	**Alongamento (%)**
SAE4140/água	56	34	15	32	17,5	28	20
SAE4150/óleo	63	39	13,5	34	16	32	19
SAE4340/óleo	58	38	14	35	16	28	21
SAE6150/óleo	61	38	15	35	18	30	19

(Adaptado de: *Materials Science and Engineering, William D. Callister, Jr, 7a. edição*)

RESPOSTA:

Com base nos dados fornecidos, três materiais são candidatos: SAE4150/óleo, SAE4340/óleo e SAE6150/óleo
.

Aço/Meio de têmpera	**Como temperado**	**Revenido a 530 °C por 1 hora**		**Revenido a 600 °C por 1 hora**		**Revenido a 640 °C por 1 hora**	
	Dureza HRC	**Dureza HRC**	**Alongamento (%)**	**Dureza HRC**	**Alongamento (%)**	**Dureza HRC**	**Alongamento (%)**
SAE4140/água	56	34	15	32	17,5	28	20
SAE4150/óleo	63	38,5	13,5	34	16	32	19
SAE4340/óleo	58	38	14	35	16	28	21
SAE6150/óleo	61	38	15	35	18	30	19

As durezas superficiais são próximas. A escolha recai no tratamento/liga com **maior alongamento** e **dureza superficial dentro do especificado** (acima de 36 HRC). De todos os materiais candidatos, o aço **SAE6150 é o mais indicado** com tratamento térmico de têmpera em óleo, seguido de revenido a 530 °C por 1 hora.

7) Observe as transformações mostradas a seguir:

$$\underset{}{H_2O(\text{líquida})} \xrightarrow[\mathbf{I}]{} H_2O(\text{gasosa}) \xrightarrow[\mathbf{II}]{} H_2 + O_2$$

Com fundamentação em ligações químicas:

a) Caracterize o tipo de ligação química presente na água, bem como as propriedades de **Ponto de Ebulição**, **Condutividade Elétrica** e **Solvente de Substâncias Iônicas**, justificando as afirmações que fizer.

b) Identifique quais ligações químicas são rompidas nos processo **I** e **II** mostrados acima, justificando as afirmações que fizer.

Dados:

H = $1s^1$

O = $1s^2 2s^2 2p^4$

RESPOSTA:

a) A água é uma substância com ligações covalentes: há compartilhamento de elétrons entre o Hidrogênio e o Oxigênio para que se satisfaça a regra do octeto (para o oxigênio) e o hidrogênio fica com dois elétrons em seu último nível energético (máxima capacidade para este nível no hidrogênio). O fato de a molécula de água apresentar um ângulo de ligação de 109º, é justificado pela hibridação ou hibridização do oxigênio. Pela hibridação do oxigênio, surge um orbital molecular σsp^3 cuja conformação geométrica apresenta o ângulo de 109º. Esta configuração geométrica confere polaridade à molécula de água de tal forma que este fato trás características específicas à substância água. Seu **ponto de ebulição** é de 100ºC à pressão atmosférica pelo fato de a molécula apresentar-se como um dipolo permanente e pela interação entre esses dipolos permanentes que permite a formação de pontes de hidrogênio entre as moléculas de água. O seu **ponto de ebulição** é alto, uma vez que se necessita de alta energia para romper as pontes de hidrogênio. Sua **condutividade elétrica** é boa, justificada pela formação desses dipolos. A **capacidade de solubilizar compostos iônicos** também se deve a esta característica de dipolo da molécula. Tal fato confere à molécula de água a capacidade de interagir facilmente com íons (cátions e ânions) das substâncias iônicas.

b) $H_2O(\text{líquida}) \xrightarrow[\mathbf{I}]{} H_2O(\text{gasosa}) \xrightarrow[\mathbf{II}]{} H_2 + O_2$

No processo **I** ocorre a passagem da água do estado líquido para o estado de vapor. Nessa situação, são rompidas ligações que permitem manter a água no estado líquido. Tais ligações são as pontes de hidrogênio que são ligações com força de interação alta.

No processo **II**, são rompidas ligações covalentes entre o hidrogênio e o oxigênio (H–O–H), quebrando a molécula de água e permitindo a formação das moléculas de hidrogênio e oxigênio.

8) Em algumas indústrias, o processo de refrigeração de água é fundamental e utiliza tocadores de calor nessa operação. Os tubos desse trocador podem ser de cobre ou alumínio. Normalmente, a água empregada tem um pH neutro (em torno de 7,0) e está desaerada (sem a presença de oxigênio dissolvido). Num dado trocador, os tubos são de alumínio (Al) e a água apresenta íons de cobre II dissolvidos (Cu^{2+}).

São conhecidas as seguintes informações:

$Al^{3+} + 3e \rightarrow Al$	E^o = -1,660V
$Cu^{2+} + 2e \rightarrow Cu$	E^o = +0,347V
$2H^+ + 2e \rightarrow H_2$	E^o = 0,000V
$2H_2O + O_2 + 4e \rightarrow 4OH^-$	E^o = +0,401V

em que E^o indica o potencial de eletrodo padrão da substância nas condições padrão.

Equação de Nernst:

$$E = E^0 + \frac{0,0591}{z}\log\frac{a_{oxidada}}{a_{reduzida}},$$

em que E é o potencial de equilíbrio fora das condições padrão; E^0 é o potencial de equilíbrio nas condições padrão; z é o número de moles de elétrons no sistema considerado; $a_{oxidada}$ representa as atividades das formas oxidadas do sistema; $a_{reduzida}$ representa as atividades das formas reduzidas do sistema; log representa o logaritmo decimal.

a) Analise a presença dos sais de cobre na água em relação ao aspecto de corrosão dos tubos de alumínio. Considere para esta análise que o sistema está nas condições padrão.

b) Discuta a interferência da concentração dos sais de cobre II na água em relação à corrosão do alumínio.

c) Analise a situação de corrosão dos tubos ao se trocar o material deles por cobre e ter-se sais de alumínio dissolvidos na água. Considere também o sistema nas condições padrão.

RESPOSTA:

a) Considerando-se as equações de equilíbrio para cada elemento:

$Al^{3+} + 3e \rightarrow Al$ $\qquad E^o = -1,660V$

$Cu^{2+} + 2e \rightarrow Cu$ $\qquad E^o = +0,347V$

Para as condições padrão, estes valores de potencial eletroquímico não se alteram. Assim, analisando-se a possibilidade de formação de uma pilha entre alumínio e cobre, sendo o alumínio o anodo desta pilha, pode-se calcular qual seria a FEM (força eletromotriz) dessa pilha assim constituída:

FEM = E(catodo) – E(anodo)

FEM = (+0,347V) – (-1,660V) = 2,007V > 0

Como o valor da FEM da pilha assim constituída é maior do que zero, tem um processo espontâneo e, portanto, há corrosão dos tubos de alumínio em presença dos sais de cobre II.

b) A variação da concentração dos sais de cobre interfere diretamente no valor do potencial de equilíbrio para essa substância. Considerando-se a equação de Nernst escrita para a reação do cobre:

Como $[Cu^{2+}]$ é variável e $[Cu^o] = 1$ por tratar-se de um sólido, verifica-se que quanto mais a concentração de

$$E = +0,347 + \frac{0,0591}{2}\log\frac{[Cu^{2+}]}{[Cu^{0}]}$$

Cu^{2+} aumenta, mais o valor do potencial do cobre (+0,347) aumenta também, fora das condições padrão. Assim, o potencial de eletrodo do cobre irá sempre aumentar, tornando a FEM da pilha com o alumínio sempre um valor positivo. Logo, esse aumento favorece a corrosão dos tubos de alumínio.

c) Invertendo-se a situação - tubos de cobre a sais de alumínio – os eletrodos da pilha que agora deve ser verificada também se invertem, ou seja, a reação catódica passa a ser a do alumínio e a reação anódica, a do cobre. Dessa forma tem-se:

$Al^{3+} + 3e \rightarrow Al$ $\qquad E^o = -1,660V$

$Cu^{2+} + 2e \rightarrow Cu$ $\qquad E^o = +0,347V$

FEM = E(catodo) – E(anodo)

FEM (-1,660V) – (+0,347V) = -2,007V < 0

Logo, sendo a FEM < 0, a reação não é espontânea e a pilha não se forma. A corrosão dos tubos de cobre não ocorre nessa situação.

9) O n-butano seco (C_4H_{10}) é um hidrocarboneto gasoso com características combustíveis importantes. Sabe-se que seu poder calorífico superior (PCS) é 687,98kcal/mol e seu poder calorífico inferior (PCI) é 635,38kcal/mol. Numa combustão incompleta do n-butano, pode surgir como produto o monóxido de carbono (CO) que tem tanto o PCS quanto o PCI igual a 67,8kcal/mol. Num sistema de combustão em que todos os reagentes e produtos estejam a temperatura de 27ºC e pressão de 1 atm, considere as seguintes informações:

Composição do ar atmosférico: 21%O_2 e 79%N_2 (porcentagem molar ou volumétrica).
Massas atômicas: C=12; H=1; O=16.
Reações de combustão:

$C + O_2 \rightarrow CO_2$ $\Delta H=-96{,}7$kcal/mol

$C + 1/2\ O_2 \rightarrow CO$ $\Delta H=-67{,}6$kcal/mol

$H_2 + ½\ O_2 \rightarrow H_2O$ $\Delta H=-68{,}3$kcal/mol (água no estado líquido)

$H_2 + ½\ O_2 \rightarrow H_2O$ $\Delta H=-57{,}8$kcal/mol (água no estado de vapor)

$PC(I\ ou\ S) = -\sum n_i \Delta H_i$

PCI = poder calorífico inferior; PCS = poder calorífico superior, n_i = número de moles da substância i, ΔH_i = entalpia de combustão da substância i.

Equação dos gases ideais:

$pV=nRT$,

p=pressão, V=volume, n=número de mols, R=62,3mmHg.L/mol.K ou 0,082atm.L/mol.K, T=temperatura absoluta

a) Explique o mecanismo de como, através da combustão do n-butano, tem-se a liberação de energia.

b) Explique porque para o n-butano PCS≠PCI e para o monóxido de carbono PCS=PCI.

c) Calcule a vazão (em m^3/h) de CO_2 emitido sabendo-se que ao se condensar os fumos da combustão completa do n-butano são obtidos 360kg/h de água.

RESPOSTA:

a) Na combustão do n-butano tem-se a seguinte reação:

$$C_4H_{10} + 6{,}5O_2 \rightarrow 4CO_2 + 5H_2O$$

Verifica-se que na reação, as ligações químicas entre carbono e hidrogênio no n-butano são quebradas e são originadas novas ligações: entre carbono e oxigênio no dióxido de carbono e entre hidrogênio e oxigênio na água. A quebra das ligações no n-butano gera energia. Parte dessa energia é empregada para estruturar os novos compostos que são mais estáveis que os reagentes e, portanto, têm um nível de energia menor. A energia que resta dessa reestruturação de ligações é liberada na forma de poder calorífico.

b) Para o n-butano, a reação que ocorre é:

$$C_4H_{10} + 6{,}5O_2 \rightarrow 4CO_2 + 5H_2O$$

Para o monóxido de carbono:

$$CO + ½O_2 \rightarrow CO_2$$

A diferença entre o poder calorífico superior (PCS) e o poder calorífico inferior (PCI) está na presença de água no produto da combustão. Se a água está na forma líquida, tem a maior quantidade de energia liberada na combustão e, portanto, PCS. Se a água encontra-se no estado de vapor, parte da energia gerada durante a combustão deve ser utilizada na evaporação dessa água produzida e, assim, tem-se PCI. Como na combustão do n-butano tem-se água como um dos produtos de combustão, PCS≠PCI. No caso do monóxido de carbono, não há formação de água durante a combustão. Logo, PCS=PCI.

c) Como tem-se 360kg/h de água, sendo a massa molar da água igual a 18kg/kmol, são formados (360kg/h)/(18kg/kmol) = 20kmols/h de água.

De acordo com a combustão do n-butano:

$$C_4H_{10} + 6{,}5O_2 \rightarrow 4CO_2 + 5H_2O$$

4kmols..5kmols

x.......20kmols/h

e obtém-se x = 16kmols/h de CO_2 emitido. Considerando o CO_2 como um gás ideal e aplicando a lei dos gases ideais:

pV=nRT
p = 1atm;
T = 27ºC = (273 + 27) = 300K
n = 16kmols/h = 16000gmols/h
R = 0,082 atm.L/gmol.K

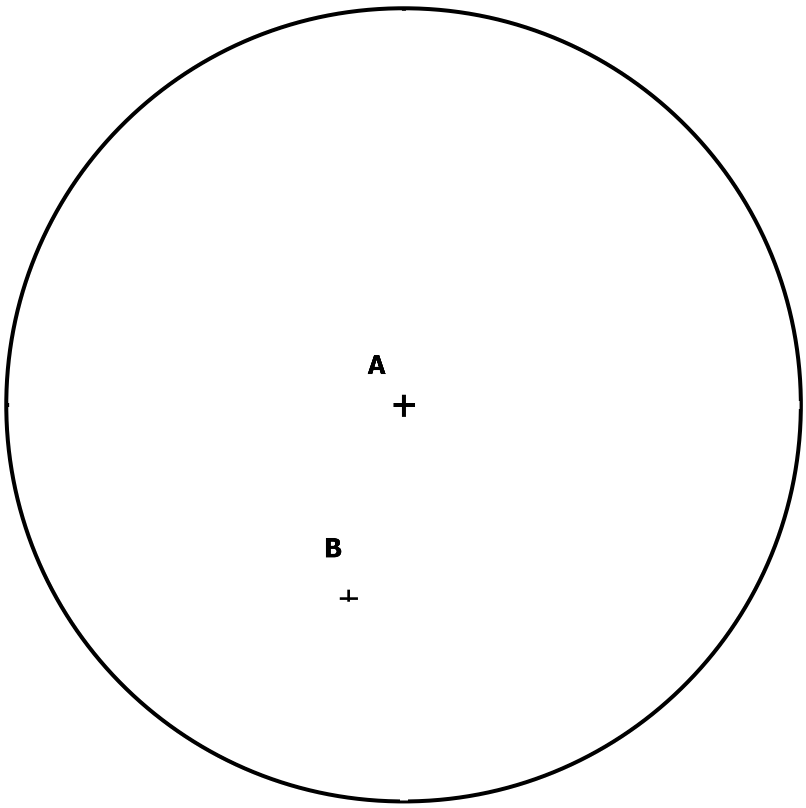
Assim:

(1atm) x V = (16000gmols/h) x (0,082 atm.L/gmol.k) x (300K)
V = 393600L/h = 393,6m^3/h de CO_2 emitido

10) Dados a circunferência de centro em A e um ponto B:

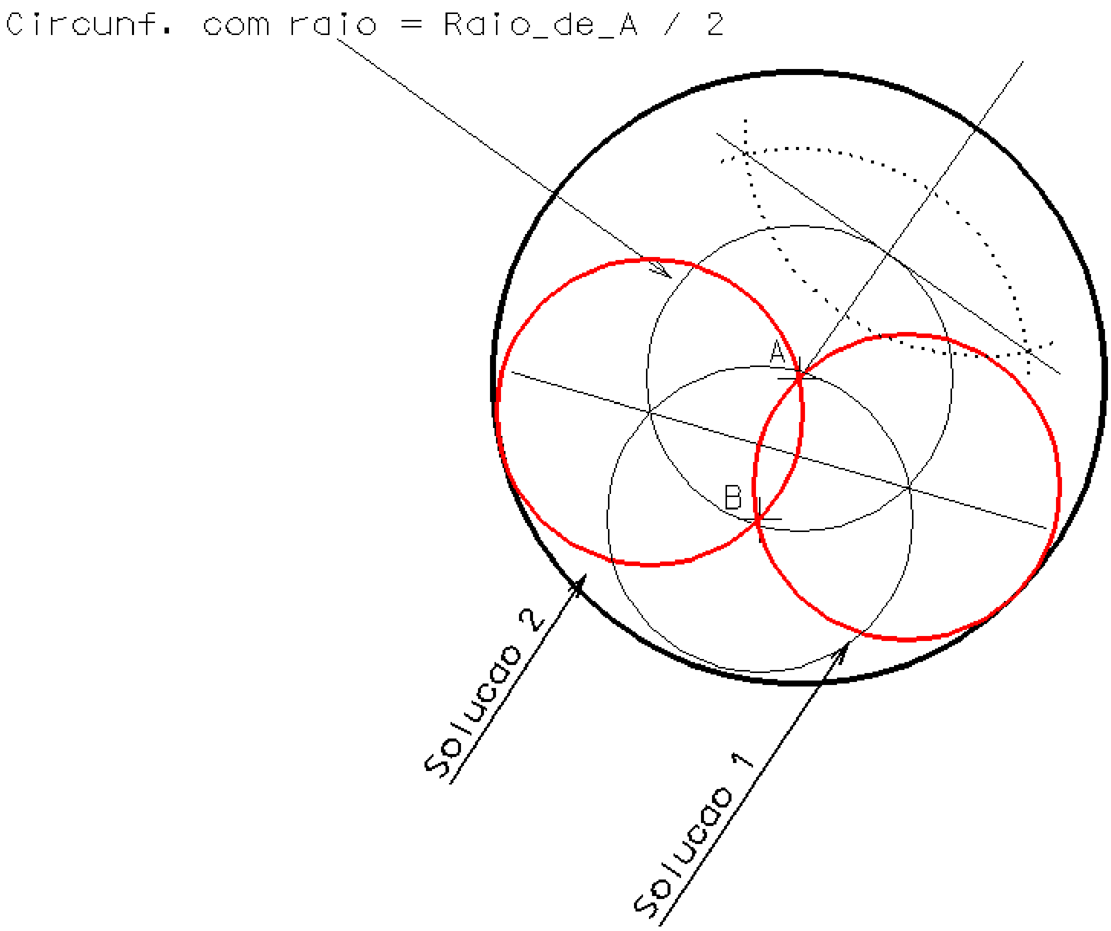
a) Desenhe <u>uma</u> circunferência que passe pelos pontos A e B e que seja tangente internamente à circunferência dada. NÃO APAGUE AS CONSTRUÇÕES UTILIZADAS PARA CHEGAR À SOLUÇÃO. A solução deve ser obtida através de construção geométrica e não por meio de tentativa e erro.

b) Justifique claramente a solução utilizada no item (a).



RESPOSTA:

a)



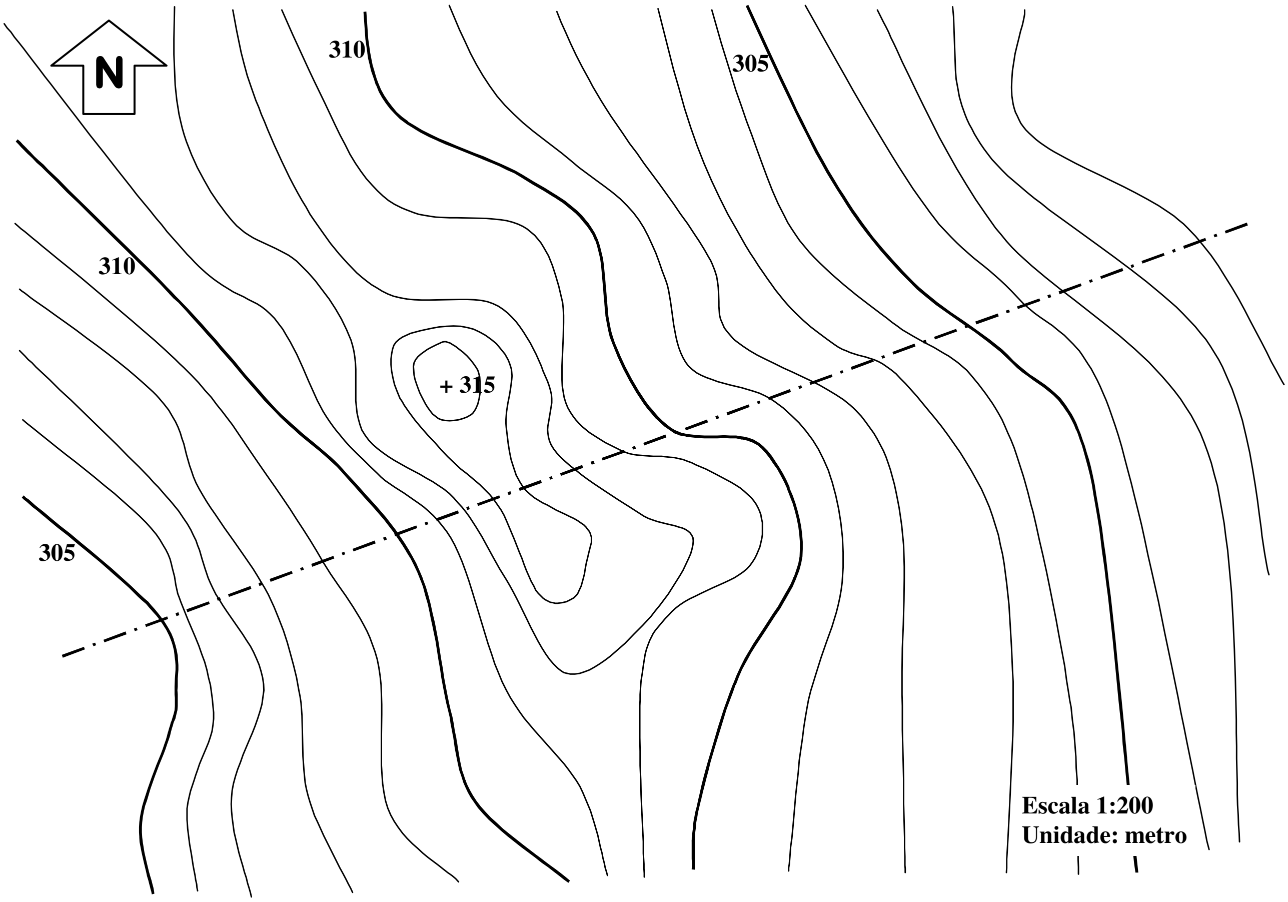
b) <u>Justificativa</u>: se a circunferência pedida é tangente à circunferência de centro A e passa pelo ponto A, então seu raio é conhecido e deve ser metade do raio da circunferência de centro A, já que o segmento que une os dois centros ao ponto de tangência é um diâmetro da circunferência dada. Para determinar esse raio, constrói-se a mediatriz de um raio qualquer da circunferência de centro em A. Como o centro da circunferência pedida dista esse raio tanto do ponto A quanto do ponto B, constroem-se duas circunferências com esse raio, centradas em A e B. Nas intersecções dessas circunferências encontram-se os centros das duas soluções ao problema.

11) A linha traço-ponto no mapa topográfico abaixo representa a reta horizontal de cota 309 de um plano de declividade p = 70%. A parte mais alta do plano está ao Norte.

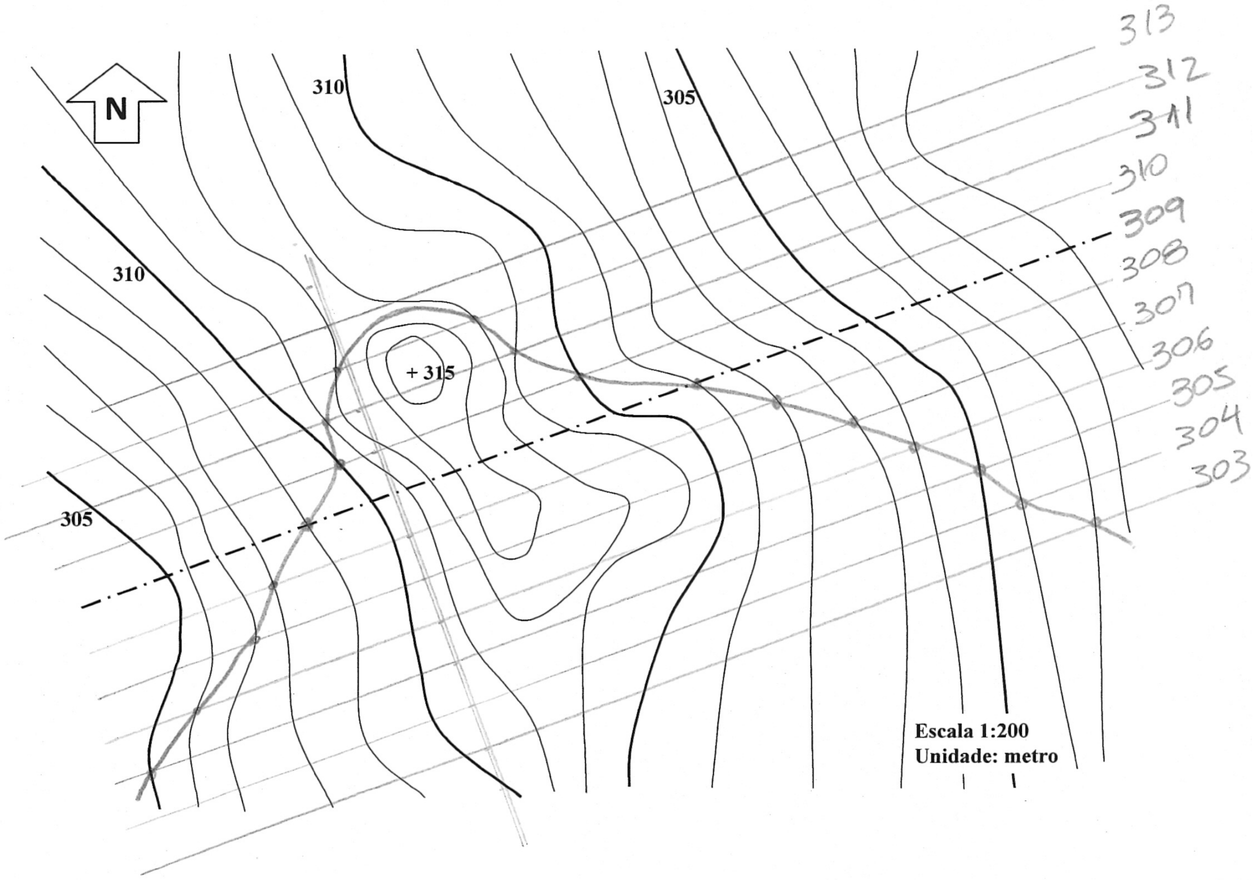
a) Determine o intervalo i do plano. Mostre claramente os cálculos realizados.

b) Trace as demais retas horizontais do plano, da cota 303 até a cota 313.

c) Trace no mapa a linha de encontro do plano com o terreno.



RESPOSTA:



a) $i = \frac{1}{p} = \frac{1}{0{,}7} = \underline{\underline{1{,}43\,m}}$

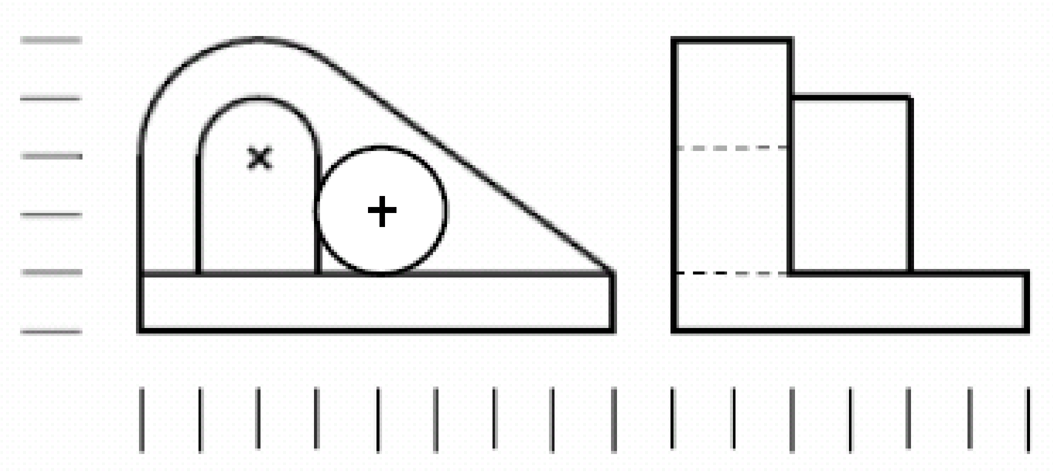
b) i em escala: $\frac{1{,}43\,m}{200} = 0{,}0072 \cong 0{,}7\,cm$

curvas de nível de 1 em 1 m → horizontais espaçadas de 0,7 cm no mapa.

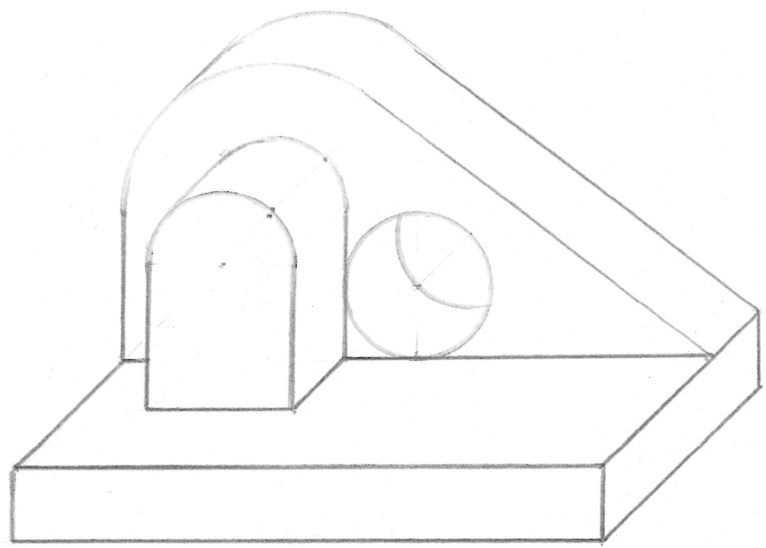
c) marcar intersecções de mesma cota (horizontais x curvas de nível)

12) É dada a peça abaixo por suas vistas ortográficas frontal e lateral esquerda, no 1º diedro. Pede-se a perspectiva cavaleira da peça no 1º quadrante, com $\alpha = 45°$, e coeficiente de redução k = 1/2.

Considere cada unidade de espaçamento dado igual a um centímetro e use escala 1:1 no desenho.



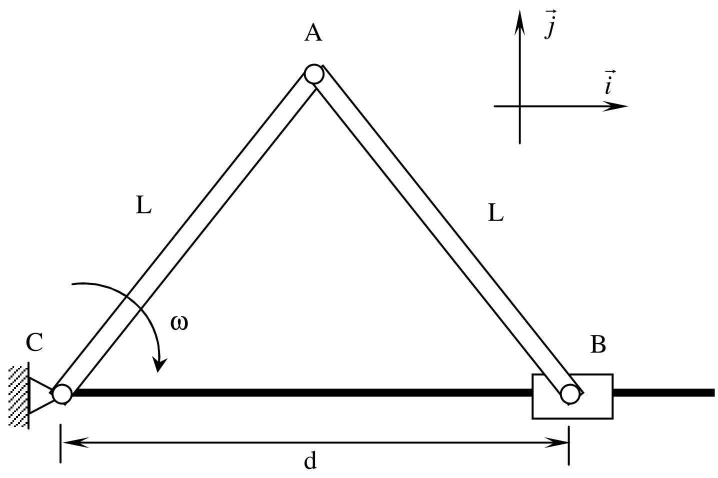
RESPOSTA:



13) A extremidade B da barra AB escorrega sobre o eixo fixo CB. A barra AB está articulada em A à barra AC que gira com velocidade angular constante ω ao redor de C que é fixo. As barras AB e AC possuem o mesmo comprimento L. Considere a posição onde a distância BC é d= $L\sqrt{2}$.

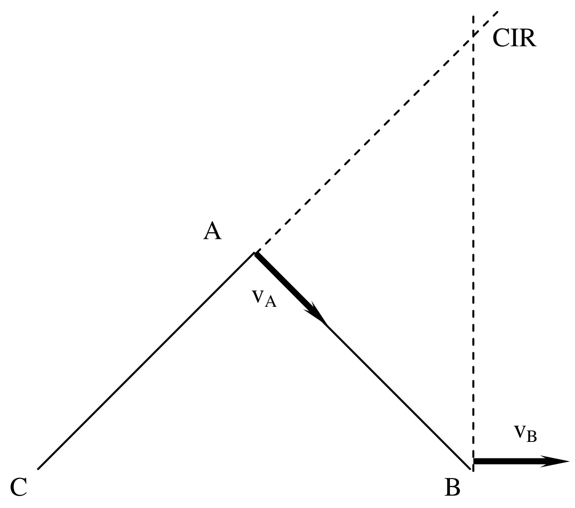
a) Indique graficamente o centro instantâneo de rotação da barra AB.

b) Determine a velocidade angular da barra AB.



RESPOSTA:

a)



b)

Calculando a velocidade do ponto A:

$$\vec{v}_A = -\omega\vec{k} \wedge L\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}\right)$$

$$\vec{v}_A = \omega L\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} - \omega L\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$$

Para a barra AB:

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{\omega}_{AB} \wedge (A - B)$$

$$\omega L\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} - \omega L\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} = \vec{v}_B + \vec{\omega}_{AB} \wedge \left(L\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} - L\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i}\right)$$

Resolvendo a equação vetorial:

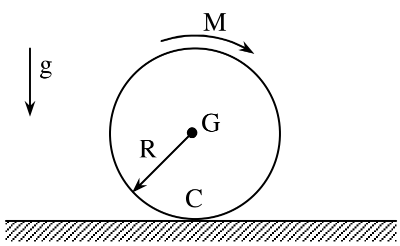
$$\omega_{AB} = \omega \Rightarrow \vec{\omega}_{AB} = \omega\vec{k}$$

14) Um binário de momento M é aplicado a um cilindro de raio R e massa m. O coeficiente de atrito entre o cilindro e a superfície é μ e aceleração da gravidade é g. Considerando que o cilindro parte do repouso, determine a aceleração angular do cilindro $\dot{\omega}$ para os seguintes casos:

a) O cilindro rola e escorrega.

b) O cilindro rola sem escorregar.

<u>Dado</u>: o momento de inércia do cilindro com relação a um eixo de direção normal ao plano da figura e que passa por pelo seu baricentro G: $J_G = \frac{mR^2}{2}$.



<u>RESPOSTA:</u>

Sendo *F* a força de atrito e *N* a reação normal da superfície.

a) Rola e escorrega - Teorema do Momento Angular com polo em *G*:

$$\dot{\vec{H}}_G = \vec{M}_G^{Ext}$$

$$J_G \dot{\omega} = M - FR$$

$$F = \mu N = \mu mg$$

$$\dot{\omega} = \frac{2(M - \mu mgR)}{mR^2}$$

b) Rola sem escorregar – Teorema do Momento Angular com polo em *C*:

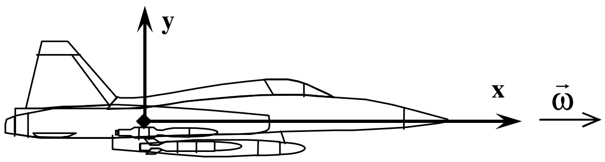
$$\vec{v}_c = \vec{0}$$

$$\dot{\vec{H}}_C = \vec{M}_C^{Ext}$$

$$\frac{3}{2} mR^2 \dot{\omega} = M$$

$$\dot{\omega} = \frac{2}{3} \frac{M}{mR^2}$$

15) Um avião voando a uma velocidade constante V, descreve uma curva vertical ascendente de raio constante R. A massa em rotação do avião (partes do motor) é representada pelos momentos de inércia Jx=2J e Jy=Jz=J em relação ao sistema Oxyz fixo ao avião. O motor gira com velocidade angular de módulo ω constante e de direção e sentido indicados na figura. Calcule o binário giroscópico devido a este movimento do avião.



RESPOSTA:

O momento angular é dado por:

$$\vec{H}_G = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2J & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 \\ 0 & 0 & J \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega \\ 0 \\ V/R \end{bmatrix} = 2J\omega\vec{i} + \frac{V}{R} J\vec{k}$$

A derivada do momento angular com relação ao tempo é:

$$\dot{\vec{H}}_G = 2J\omega\dot{\vec{i}} = 2J\omega\frac{V}{R}\vec{j}$$

Do Teorema do Momento Angular:

$$\sum \vec{M}_G^{ext} = 2J\omega\frac{V}{R}\vec{j}$$

O binário giroscópico será:

$$\vec{M} = -2J\omega\frac{V}{R}\vec{j}$$