



**EXAME DE TRANSFERÊNCIA EXTERNA 2014/2015
(SEGUNDA FASE)**

**EXAME PARA PORTADORES DE DIPLOMA DE NÍVEL
SUPERIOR 2014/2015**

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA**

08/06/2014

Nome Completo: _____

Documento de Identidade: _____

Assinatura: _____

INSTRUÇÕES

1. **SOMENTE INICIAR A PROVA QUANDO FOR AUTORIZADO PELO FISCAL DE SALA.**
2. A prova tem **30 páginas**, incluindo a página de rosto. O espaço em branco que segue cada uma das **15 questões** é para a sua resolução. A página 30 é para RASCUNHO e não será considerada na correção.
3. Verificar se o seu **nome** e a sua **opção de curso** estão corretos na etiqueta de identificação da prova.
4. Não esquecer de identificar a página de rosto da prova, colocando seu nome completo (sem abreviações), o número do seu documento de identidade e a sua assinatura nos locais indicados.
5. **NÃO É PERMITIDO O USO DE CALCULADORA OU CELULAR DURANTE A PROVA.** O USO DESSES APARELHOS PODERÁ IMPLICAR A DESCLASSIFICAÇÃO SUMÁRIA DO CANDIDATO (***DEIXAR O CELULAR DESLIGADO!!!***).
6. Não é permitido o uso de outros materiais estranhos à prova.
7. A prova é para ser resolvida à **caneta** (azul ou preta), com exceção dos desenhos técnicos.
8. Qualquer dúvida faz parte da interpretação do enunciado da questão.
9. Duração da prova: **5 horas**. Saída permitida a partir das **14h30min**.
10. Não é permitido fumar no local de exame.

Gabarito

- 1) Seja $\Sigma = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ um sistema de coordenadas ortogonal em E^3 , em que $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ é uma base ortonormal positiva de V^3 . Considere o ponto: $P = (2, -1, 1)_\Sigma$ e as retas r e s dadas por: $r: X = (9, 5, 0) + \lambda(-2, -1, 1), \lambda \in \mathbb{R}$ e $s: z - 2x = 1 = y - 2z$.
- (a) Verifique que $P \notin r$ e que $P \notin s$.
- (b) Mostre que r e s são reversas.
- (c) Dê uma equação geral do plano determinado por P e s .
- (d) Obtenha uma equação vetorial da reta que passa por P e é concorrente com r e s .

RESPOSTA:

- (a) Os pontos de r têm coordenadas do tipo $(9 - 2\lambda, 5 - \lambda, \lambda)$ se $P \in r$ então teríamos $9 - 2\lambda = 2, 5 - \lambda = -1$ e $\lambda = 1$, o que é uma contradição. Analogamente, os pontos de s têm coordenadas do tipo $(\mu, 4\mu + 3, 2\mu + 1)$, se $P \in s$ teríamos $\mu = 2, 4\mu + 3 = -1$ e $2\mu + 1 = 1$ o que também é uma contradição.
- (b) Um vetor diretor de r é $\vec{r} = (-2, -1, 1)$ e um ponto de r é $R = (9, 5, 0)$, por outro lado, um vetor diretor de s é $\vec{s} = (1, 4, 2)$ e um ponto de s é $S = (0, 3, 1)$. As retas r e s serão reversas se e somente se o conjunto de vetores $\{\vec{r}, \vec{s}, \overrightarrow{RS}\}$ for linearmente independente, e isso acontece se e somente se $\det \begin{bmatrix} -2 & 1 & -9 \\ -1 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = 37 \neq 0$.
- (c) O plano determinado por P e s tem como vetores diretores: $\vec{s} = (1, 4, 2)$ e $\overrightarrow{PS} = (-2, 4, 0)$. Uma equação geral para o plano procurado é dada por $\det \begin{bmatrix} x - 2 & y + 1 & z - 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ -2 & 4 & 0 \end{bmatrix} = 0$, ou $2x + y - 3z = 0$.
- (d) Observemos inicialmente que a reta r não é paralela ao plano, π_1 , determinado por P e s , já que um vetor normal a esse plano é $\vec{n}_1 = (2, 1, -3)$ que não é ortogonal a \vec{r} . Vamos encontrar o plano, π_2 , determinado por P e r . Esse plano tem como vetores diretores $\vec{r} = (-2, -1, 1)$ e $\overrightarrow{PR} = (7, 6, -1)$ e uma equação geral para ele é dada por $\det \begin{bmatrix} x - 2 & y + 1 & z - 1 \\ -2 & -1 & 1 \\ 7 & 6 & -1 \end{bmatrix} = 0$ ou $x - y + z - 4 = 0$. Como anteriormente, observamos que a reta s não é paralela a esse plano, pois um vetor normal a π_2 é $\vec{n}_2 = (1, -1, 1)$ que não é ortogonal a \vec{s} .
Nessas condições, a reta procurada é $\pi_1 \cap \pi_2$ que tem como vetor diretor $\vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2 = \det \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} = (-2, -5, -3)$, e equação vetorial $X = (2, -1, 1) + \alpha(2, 5, 3), \alpha \in \mathbb{R}$.

- 2) Seja V um espaço vetorial de dimensão 6, e seja $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ uma base de V . Considere $T: V \mapsto V$ uma transformação linear tal que:

$$[T]_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

- (a) Calcule $T(v_1 + v_6)$ e $T(v_3 - v_4)$.
 (b) Usando o item (a), encontre todos os autovalores de T e todos os autovetores de T .
 (c) Mostre que T é diagonalizável e exiba uma base de V em relação à qual a matriz de T é diagonal.

RESPOSTA:

- (a) Observando a primeira e a sexta colunas da matriz de T temos que $T(v_1) = v_6$ e $T(v_6) = v_1$. Como T é uma transformação linear, $T(v_1 + v_6) = T(v_1) + T(v_6) = v_6 + v_1$. Analogamente para as terceira e quarta colunas, $T(v_3) = v_4$ e $T(v_4) = v_3$ e então $T(v_3 - v_4) = v_4 - v_3 = -(v_3 - v_4)$.
- (b) Do item (a) observamos que $v_1 + v_6$ é um autovetor de T associado ao autovalor 1, e que $v_3 - v_4$ é um autovetor de T associado ao autovalor -1. Pelo mesmo raciocínio calculamos: $T(v_2 + v_5) = v_2 + v_5$, $T(v_1 - v_6) = -(v_1 - v_6)$, $T(v_3 + v_4) = v_3 + v_4$, $T(v_2 - v_5) = -(v_2 - v_5)$. Vamos estudar a dependência linear do conjunto, $\{v_1 + v_6, v_2 + v_5, v_3 + v_4\}$, de autovetores associados ao autovalor 1: $\alpha_1 (v_1 + v_6) + \alpha_2 (v_2 + v_5) + \alpha_3 (v_3 + v_4) = 0$, donde temos $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$, já que $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ é uma base de V . Dessa forma concluímos que 1 é um autovalor de T com multiplicidade geométrica maior ou igual a 3. Fazendo o mesmo estudo com o conjunto $\{v_3 - v_4, v_1 - v_6, v_2 - v_5\}$, de autovetores associados ao autovalor -1, concluímos que -1 é um autovalor de T com multiplicidade geométrica maior ou igual a 3. É dado que dimensão de V é 6 e sabemos que autovetores associados a autovalores diferentes são linearmente independentes, então $C = \{v_1 + v_6, v_2 + v_5, v_3 + v_4, v_3 - v_4, v_1 - v_6, v_2 - v_5\}$ é uma base de V formada por autovetores de T e portanto os únicos autovalores de T são 1 e -1 com respectivos autoespaços: $[v_1 + v_6, v_2 + v_5, v_3 + v_4]$ e $[v_3 - v_4, v_1 - v_6, v_2 - v_5]$.
- (c) Do item (b) temos que $C = \{v_1 + v_6, v_2 + v_5, v_3 + v_4, v_3 - v_4, v_1 - v_6, v_2 - v_5\}$ é uma base de V formada por autovetores de T , portanto T é diagonalizável e a matriz de T em relação à essa base é:

$$\begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & -1 & & \\ & 0 & & & -1 & \\ & & & & & -1 \end{bmatrix}.$$

- 3) Em \mathbb{R}^3 , considere o produto interno usual $\langle(x,y,z),(a,b,c)\rangle=ax+by+cz$, para todos $(x,y,z), (a,b,c)$ em \mathbb{R}^3 , e o plano $\pi: x + y - z = 0$. Seja $T : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por $T(v) = \text{proj}_{\pi} v$, isto é, $T(v)$ é a projeção ortogonal de v em π .
- (a) Determine uma base do *kernel* de T , e uma base da imagem de T .
- (b) Verifique que o polinômio característico de T é $p_T(t) = t(t - 1)^2$.
- (c) Mostre que T é um operador simétrico.

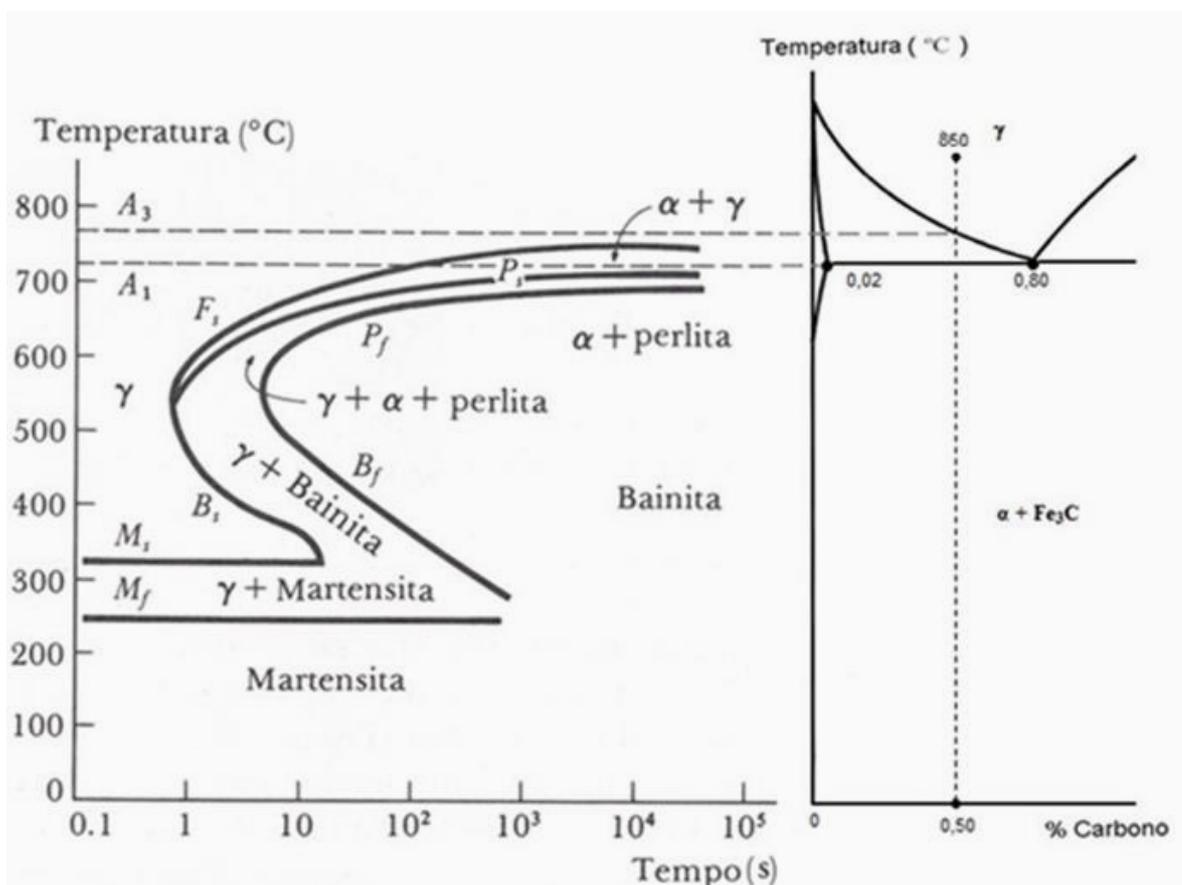
RESPOSTA:

- (a) Sendo T a projeção ortogonal em π , temos que $T(v) = v$ para todo $v \in \pi$ e $T(n) = (0,0,0)$ se e somente se n é ortogonal a π . Um vetor ortogonal a π é $n = (1,1,-1)$, então a dimensão do kernel de T é maior ou igual a 1. A dimensão de π é 2 e π está contido na imagem de T , então a dimensão da imagem de T é maior ou igual a 2. Pelo teorema do núcleo e da imagem, sabemos que $3 = \dim \mathbb{R}^3 = \dim \text{Ker}(T) + \dim \text{Im}(T)$, concluímos assim que $\pi = \text{Im}(T)$ e que $\text{Ker}(T) = [n]$. Portanto uma base para $\text{Im}(T)$ é $\{(1,0,1), (0,1,1)\}$, e uma base para $\text{Ker}(T)$ é $\{(1,1,-1)\}$.
- (b) Do item (a), vemos que 0 é um autovalor de T com multiplicidade geométrica igual a 1, e que 1 é um autovalor de T com multiplicidade geométrica maior ou igual a 2. Como o grau de $p_T = \dim \mathbb{R}^3 = 3$, concluímos que a multiplicidade algébrica de 1 é igual a 2, e portanto $p_T(t) = t(t - 1)^2$.
- (c) Do item (a) temos que $\{(1,1,-1), (1,0,1), (0,1,1)\}$ é uma base de \mathbb{R}^3 formada por autovetores de T , então T é diagonalizável. Para mostrar que T é um operador simétrico, vamos encontrar uma base ortonormal de \mathbb{R}^3 formada por autovetores de T . Para isso usaremos o método de ortogonalização de Gram-Schmidt. Construímos $e_1 = \frac{1}{\|n\|} n = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,-1)$, $e_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,1)$ e $f_3 = (0,1,1) - \text{proj}_{(1,0,1)}(0,1,1) = (0,1,1) - \frac{1}{2}(1,0,1) = \frac{1}{2}(-1,2,1)$. Note que o vetor f_3 é ortogonal a e_1 e a e_2 , mas não tem módulo igual a 1. Então construímos $e_3 = \frac{1}{\|f_3\|} f_3 = \frac{1}{\sqrt{6}}(-1,2,1)$. Portanto temos que $\{e_1, e_2, e_3\}$ é uma base ortonormal de \mathbb{R}^3 formada por autovetores de T , a matriz de T em relação a essa base é $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ que é uma matriz simétrica, o que nos mostra que T é um operador simétrico.

4) Uma chapa de aço SAE 1050 (0,50 % C) foi aquecida até a temperatura de 850 °C e mantida nesta temperatura por um tempo longo. Com base nos dados fornecidos pergunta-se:

- Qual a microestrutura obtida na chapa se ela for resfriada em condições de equilíbrio até a temperatura ambiente?
- Qual a fração volumétrica de ferrita pró-eutetóide obtida após este resfriamento? Qual a fração volumétrica de ferrita na microestrutura? A quantidade de ferrita na perlita é de 88%.
- Se a chapa for resfriada rapidamente de 770 °C até a temperatura de 400 °C, mantida nesta temperatura por 15 s e, em seguida, resfriada bruscamente na temperatura ambiente, qual a microestrutura obtida na temperatura ambiente?

Dado:



RESPOSTA:

a) A microestrutura obtida é: ferrita pró-eutetóide e perlita.

b) Para calcular a fração volumétrica de ferrita pró-eutetóide basta aplicar a regra da alavanca na temperatura eutetóide, assim:

$$\% \text{ferrita.pró-eutetóide} = \frac{0,80 - 0,50}{0,8 - 0,02} \times 100 = \frac{0,30}{0,78} \times 100 = 38,46\%$$

Para calcular a porcentagem de ferrita na temperatura ambiente é necessário calcular a porcentagem de austenita na temperatura A1 que irá se transformar:

$$\% \text{austenita} = \frac{0,50 - 0,02}{0,8 - 0,02} \times 100 = \frac{0,48}{0,78} \times 100 = 61,54\%$$

Como somente a austenita se decompõe em ferrita e cementita, e como a porcentagem de ferrita na perlita é de 88%, o total de ferrita a partir da decomposição da austenita é de:

$$\% \text{ferrita} = 61,54 \times 0,88 = \frac{0,48}{0,78} \times 100 = 54,15\%$$

Somando-se esse valor à quantidade de ferrita pró-eutetóide tem-se:

$$\% \text{ferrita na temperatura ambiente} = 38,46\% + 54,15\% = 92,615\% \text{ de ferrita}$$

c) Neste caso a microestrutura resultante é constituída de ferrita pró-eutetóide, martensita e bainita.

5) O alumínio é um metal com estrutura cristalina cúbica de face centrada (cfc). Dado o difractograma do alumínio, obtido com radiação de Cu K α ($\lambda = 0,154$ nm), solicita-se:

a) Desenhar o plano (200) para o alumínio no local reservado para este fim.

Explicar todas as etapas para determinar os pontos de intersecção com os eixos coordenados.

b) Para um difractograma do alumínio obtido por Raios X com radiação de cobre K α com comprimento de onda (λ) de 0,154 nm, calcular o parâmetro de rede da célula unitária do alumínio, sabendo-se que o ângulo 2θ do plano (2 0 0) é 45°.

Dados: $\text{sen}(45^\circ) = 0,71$; $\text{sen}(22,5^\circ) = 0,38$; $\text{sen}(2^\circ) = 0,035$; $1 \text{ nm} = 10^{-9}\text{m} = 10^{-7} \text{ cm}$.

$$\text{Lei de Bragg: } n \cdot \lambda = 2 \cdot d_{hkl} \cdot \text{sen}(\theta)$$

$$\text{Distância entre planos atômicos (hkl) para o sistema cúbico: } d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}},$$

em que: a = parâmetro de rede.

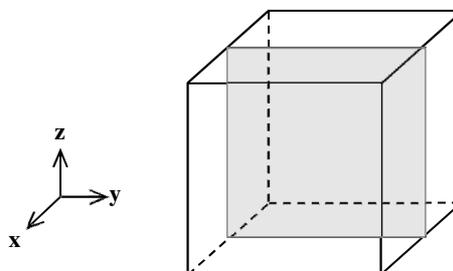
RESPOSTA:

a) Para calcular os interceptos do plano (200) nos eixos (x,y,z) basta pegar os índices de Miller do plano e encontrar os seus recíprocos. Assim:

	h	k	l
Índices de Miller	2	0	0
Recíprocos dos índices de Miller	1/2	1/0	1/0
Interceptos nos eixos (x,y,z)	1/2	∞ (paralelo)	∞ (paralelo)

Com estes resultados, o plano (200) intercepta o eixo x na metade da aresta do cubo e é paralelo aos eixos y e z, conforme mostra a figura abaixo:

Plano (200)



b) Para calcular o parâmetro de rede, deve-se antes calcular a distância entre os planos (200), utilizando a Lei de Bragg. Neste caso:

$$n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \text{sen}(\theta) \Rightarrow 1,0,0,154 = 2d_{(200)} \text{sen}(22,5^\circ) \Rightarrow d_{(200)} = \frac{0,154}{2,0,0,38} = 0,203\text{nm}$$

Para calcular o parâmetro de rede (a) a partir da distância entre planos (200) utiliza-se a expressão:

$$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

Substituindo-se os valores de (hkl) na expressão tem-se:

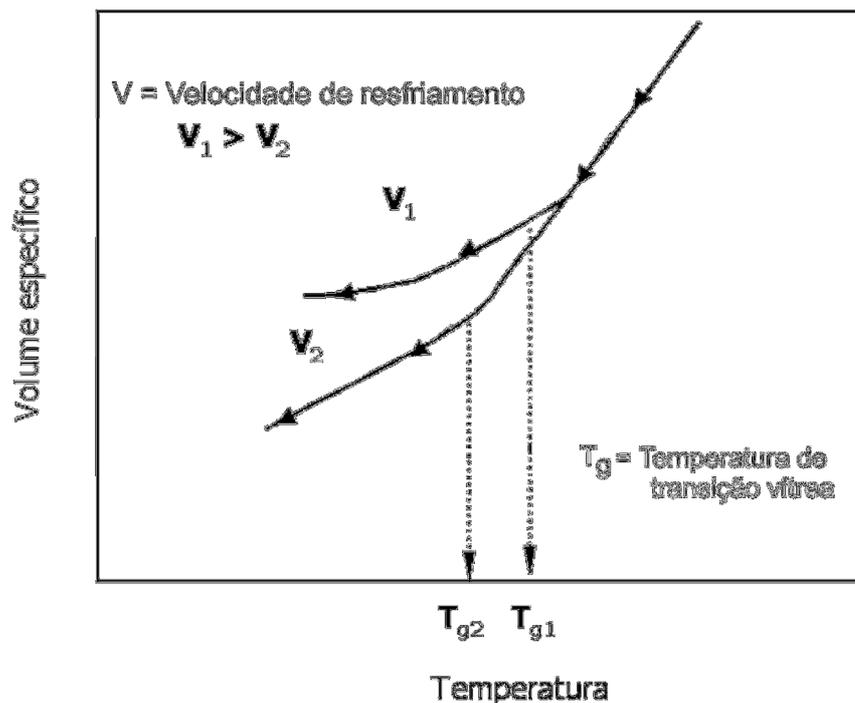
$$d_{(200)} = \frac{a}{\sqrt{2^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{a}{\sqrt{4}} = \frac{a}{2} \Rightarrow a = 2 \cdot d_{(200)} = 2 \cdot 0,203 = 0,406 \text{ nm}$$

Assim, o parâmetro de rede do alumínio é 0,406 nm.

6) Uma chapa de vidro é temperada para ser utilizada como porta de 'box' de um banheiro. O processo de tempera do vidro consiste no resfriamento mais rápido da superfície da chapa, enquanto o núcleo está amolecido. Esta diferença de resfriamento causa uma diferença na temperatura de transição vítrea do material (T_g), conforme gráfico a seguir. Com base nestas informações pergunta-se:

- Qual a definição da temperatura de transição vítrea de um material polimérico ou cerâmico? O que acontece quando um material é empregado em uma temperatura acima da T_g ?
- Para a chapa de vidro em questão, a superfície do vidro está comprimida?
Explicar o porquê de sua resposta.

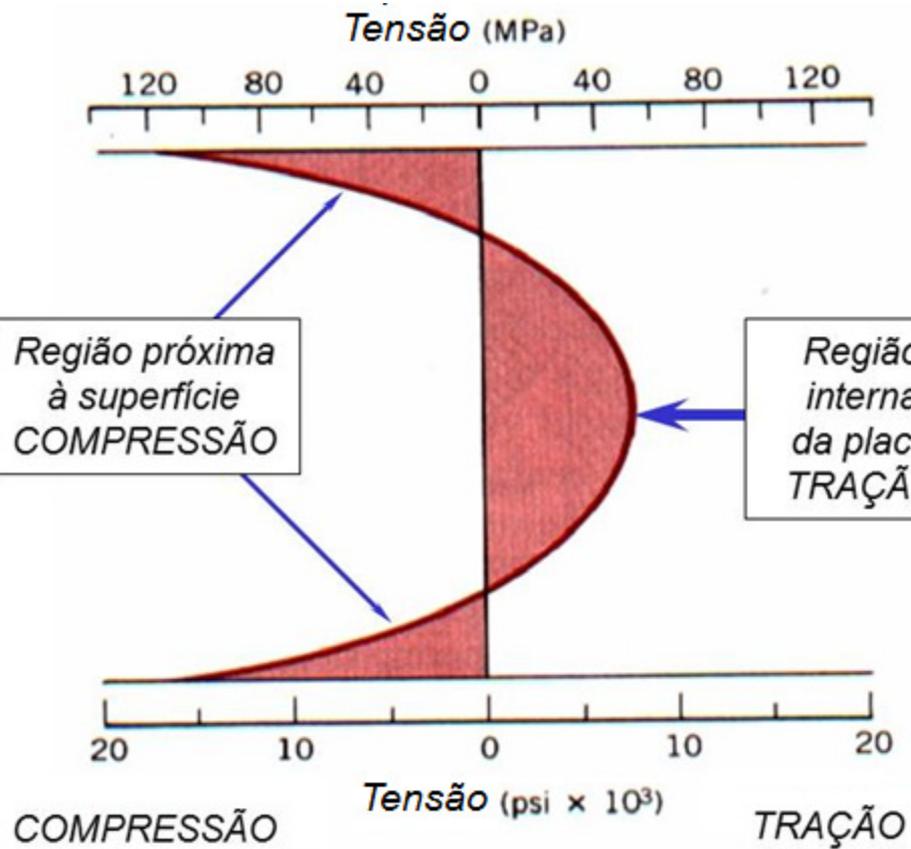
Dado:



RESPOSTA:

- A temperatura de transição vítrea é uma transição reversível de um material amorfo (ou com regiões amorfas) de um comportamento de sólido rígido para o estado amolecido (fundido) ou 'borrachoso'. Quando um material é utilizado acima da T_g ele possui um comportamento 'borrachoso' (polímeros) ou líquido viscoso (cerâmicos).

- b) Sim. Como a chapa de vidro é resfriada com uma velocidade maior na superfície, ela atinge o estado de sólido rígido antes do centro da chapa. Em outras palavras, a superfície terá uma variação de volume específico menor que o centro da chapa, gerando tensão de compressão na superfície e de tração no centro da chapa, conforme mostra a figura a seguir.



7) Um gás de um hidrocarboneto é queimado com ar. A análise de seus fumos em base seca apresenta: 1,5% de CO, 6,0% de CO₂, 8,2% de O₂, e 84,3% de N₂. Todas as porcentagens são molares. Sabe-se que no hidrocarboneto não há oxigênio. Determinar:

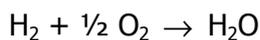
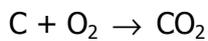
a) a razão (mols de H)/(mols de C) no combustível;

b) a porcentagem de excesso de ar utilizada na queima desse gás combustível.

Dados:

Massas atômicas: C=12; H=1; O=16, N=14.

Ar: 21% Oxigênio; 79% Nitrogênio (porcentagens volumétricas).



RESPOSTA:

a) Razão (mols de H)/(mols de C)

Base de cálculo: 100 mols de fumos secos.

Considerando-se que são queimados n_C mols de carbono e n_H mols de hidrogênio com n_{ar} mols de ar, tem-se:

Balanco para o nitrogênio:

$$0,79n_{ar} = 100 \times 0,843$$

$$n_{ar} = \mathbf{106,7 \text{ mols de ar.}}$$

Balanco para o carbono:

$$n_C = 100 \times 0,015 + 100 \times 0,060$$

(CO) (CO₂)

$$n_C = \mathbf{7,5 \text{ mols de C}}$$

Balanco do oxigênio:

$$0,21n_{ar} \times 2 = n_{H_2O} \times 1 + 100 \times (0,015 \times 1 + 0,060 \times 2 + 0,082 \times 2)$$

(CO) (CO₂) (O₂)

$n_{H_2O} = 14,9$ mols de água são liberados na queima do combustível, ou 29,8 mols de H.

Como todo o hidrogênio presente na água vem do combustível, a quantidade de hidrogênio presente nele será de 29,8 mols de H.

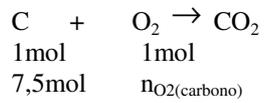
Assim, a relação n_C/n_H será:

$$n_C/n_H = \mathbf{29,8/7,5 = 3,97 \text{ (mol de H)/(mol de C)}}$$

b) Porcentagem de excesso de ar:

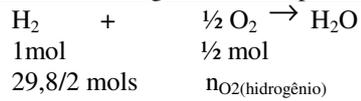
Quantidade de oxigênio teórico para consumir todo o carbono do combustível:

$$n_C = 7,5 \text{ mols de C}$$



$$n_{\text{O}_2(\text{carbono})} = 7,5 \text{ mols de oxigênio.}$$

Quantidade de oxigênio teórico para consumir todo o hidrogênio do combustível:



$$n_{\text{O}_2(\text{hidrogênio})} = 7,45 \text{ mols de oxigênio.}$$

Quantidade de oxigênio total necessária:

$$\begin{aligned} n_{\text{O}_2(\text{carbono})} + n_{\text{O}_2(\text{hidrogênio})} &= 7,5 + 7,45 = 14,95 \text{ mols de oxigênio} = n_{\text{O}_2\text{teórico}} \\ n_{\text{O}_2\text{fornecido}} &= 0,21 \times 106,7 = 22,4 \text{ mols de oxigênio.} \end{aligned}$$

$$\text{EXCESSO} = (n_{\text{O}_2\text{fornecido}} - n_{\text{O}_2\text{teórico}}) / (n_{\text{O}_2\text{teórico}}) = (22,4 - 14,95) / 14,95 = 0,498$$

Porcentagem de excesso = 49,8%

8) São conhecidas as eletronegatividades dos seguintes elementos:

- hidrogênio – H: 2,1;
- carbono – C: 2,5;
- cloro – Cl: 3,0;
- oxigênio – O: 3,5.

Considere as seguintes ligações: C – H; O – H; H – Cl. Fundamentando-se na teoria das ligações químicas, determine:

- a) Qual a ligação mais polar.
- b) Qual átomo tem uma carga positiva parcial em cada ligação.

RESPOSTA:

a) ligação mais polar:

Determinando-se as diferenças de eletronegatividades de cada ligação:

$$C - H = 2,5 - 2,1 = 0,4$$

$$O - H = 3,5 - 2,1 = 1,4$$

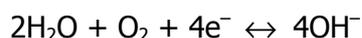
$$H - Cl = 3,0 - 2,1 = 0,9$$

Pelas diferenças de eletronegatividade, a ligação mais polar é a ligação O – H.

b) átomo com carga positiva parcial:

Em todas as ligações, o hidrogênio é sempre o elemento menos eletronegativo, portanto, sustenta em todas as ligações a carga positiva.

- 9) Duas barras de um mesmo metal M estão mergulhadas num mesmo eletrólito aquoso e de concentrações uniformes, porém com diferentes teores de oxigênio dissolvido. A pressão parcial do oxigênio num dos eletrodos é p_1 e no outro eletrodo é p_2 , sendo $p_1 > p_2$. Em condições ideais, o equilíbrio do eletrodo de oxigênio em solução neutra ou alcalina é:



O potencial de equilíbrio nas condições padrão para essa reação é +0,401V.

Dado que:

Equação de Nernst:

$$E = E^0 + \frac{0,0591}{z} \log \frac{a_{\text{oxidada}}}{a_{\text{reduzida}}}$$

em que E é o potencial de equilíbrio fora das condições padrão; E^0 é o potencial de equilíbrio nas condições padrão; z é o número de moles de elétrons no sistema considerado; a_{oxidada} representa as atividades das formas oxidadas do sistema; a_{reduzida} representa as atividades das formas reduzidas do sistema; \log representa o logaritmo decimal.

Determine:

- a) O eletrodo que tem pressão parcial de oxigênio p_1 é o anodo ou catodo da pilha?

Justifique.

- b) Para que o sistema funcione como uma pilha com FEM (força eletromotriz) igual a 0,015V, qual deve ser a razão p_1/p_2 ? **Justifique.**

RESPOSTA:

- a) eletrodo com pressão parcial p_1 :

Escrevendo a equação de Nernst para os dois eletrodos:

$$E_1 = 0,401 + \frac{0,0591}{z} \log \frac{a_{\text{H}_2\text{O}} P_1}{a_{\text{OH}^-}}$$

$$E_2 = 0,401 + \frac{0,0591}{z} \log \frac{a_{\text{H}_2\text{O}} P_2}{a_{\text{OH}^-}}$$

$a_{\text{H}_2\text{O}} = 1$ (líquido puro)

a_{OH^-} é igual nos dois eletrodos pois apresentam concentrações uniformes.

Determinando-se a FEM da possível pilha:

$$E_1 - E_2 = FEM = \frac{0,0591}{4} \log\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

Para que o dispositivo funcione como pilha, $FEM > 0$ e tal só é possível se $p_1 > p_2$. Desta forma, o eletrodo com pressão parcial de oxigênio, p_1 , será o catodo da pilha uma vez que a FEM é determinada como $E(\text{catodo}) - E(\text{anodo})$.

b) para uma FEM de 0,015V, a relação p_1/p_2 :

Da equação obtida no item a):

$$E_1 - E_2 = FEM = \frac{0,0591}{4} \log\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

Para $FEM = 0,015V$, a relação p_1/p_2 :

$$E_1 - E_2 = FEM = \frac{0,0591}{4} \log\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = 0,015$$

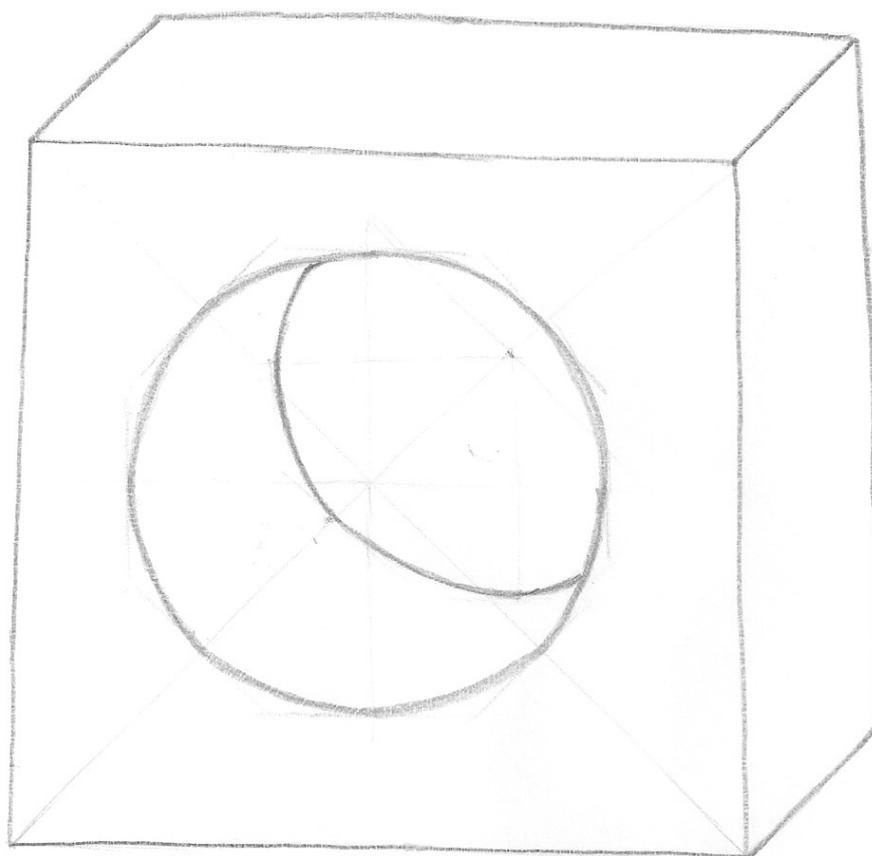
$$\frac{p_1}{p_2} = 10,4$$

10) Utilizando técnicas de esboço, faça um esboço (desenho à mão livre) do objeto descrito abaixo, usando **perspectiva cavaleira** (parâmetros à sua escolha).

OBJETO: Um cubo com um furo circular passante centrado em sua face frontal. A aresta do cubo no desenho deve ser aproximadamente do tamanho da metade da largura desta folha. O diâmetro do furo deve ser maior que a metade da aresta do cubo.

Observação Importante: Nesta questão, **não podem ser usados** instrumentos (régua, compasso, esquadros, etc.) em nenhuma hipótese e de nenhuma maneira, pois está sendo avaliada sua habilidade de desenho à mão livre. Podem ser deixadas no desenho construções auxiliares em traço mais fraco, evidenciando o método de construção.

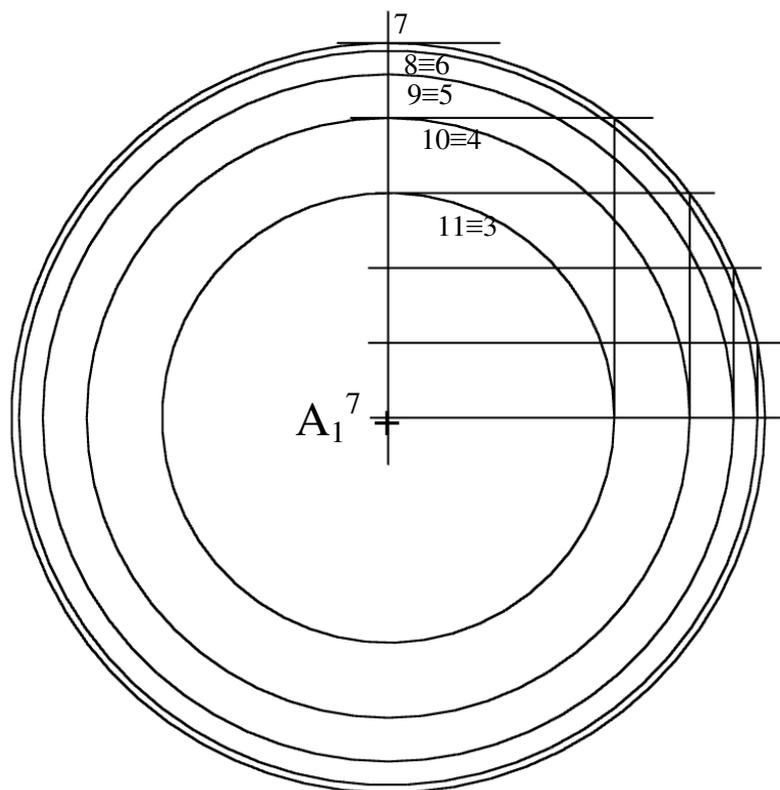
RESPOSTA:



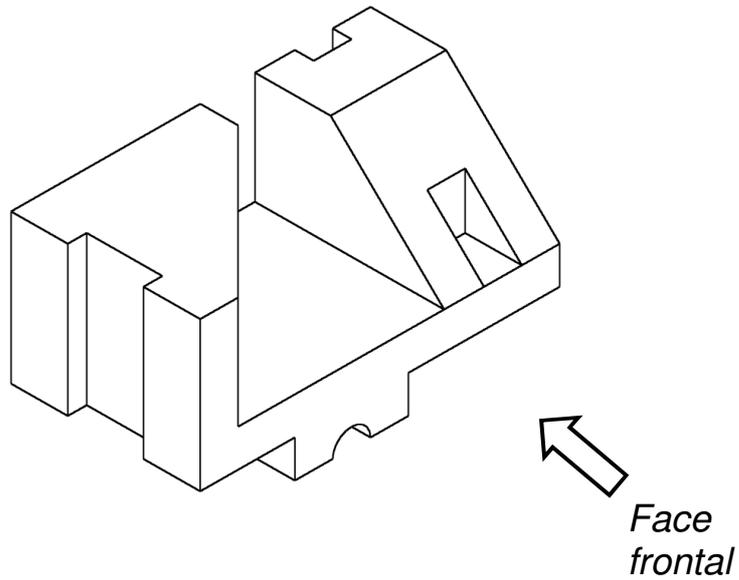
11) Represente as curvas de nível cotadas de metro em metro de uma esfera de diâmetro 10m cujo centro está no ponto A indicado, na cota 7m.

Escala 1:100 Unidade: metro

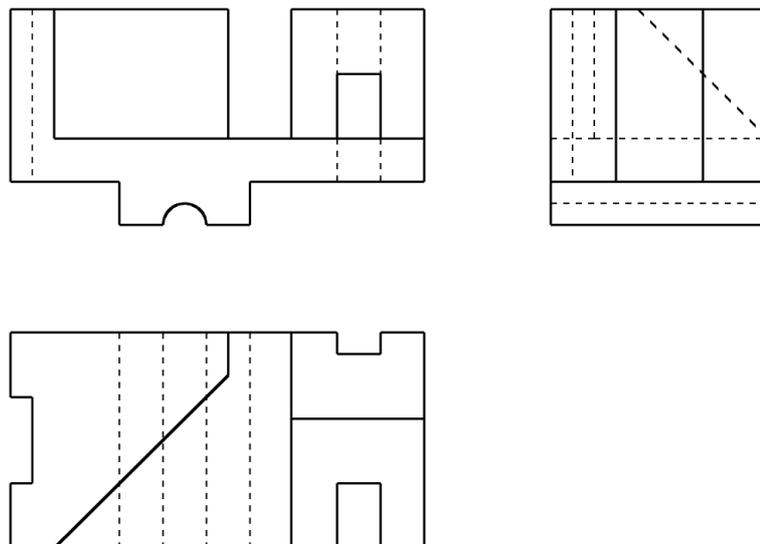
RESPOSTA:



12) Desenhe as vistas ortográficas frontal, superior e lateral esquerda da peça abaixo, no 1º diedro e em escala 1:1 (tome as medidas diretamente da perspectiva isométrica simplificada, que é dada na mesma escala). Não é necessário cotar as vistas.

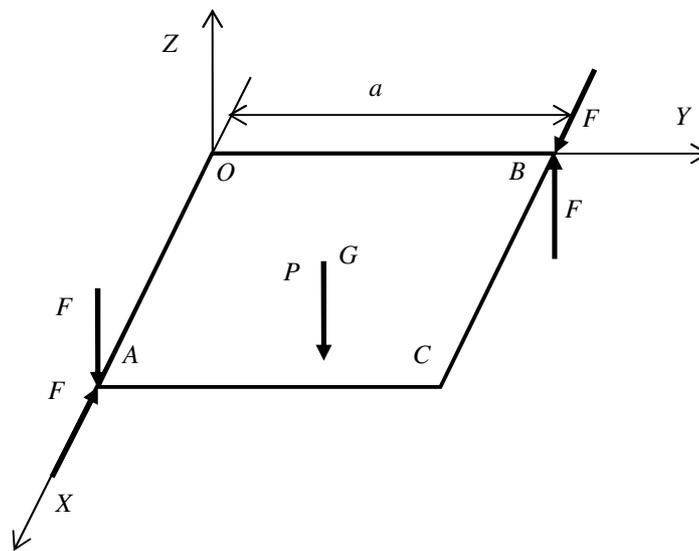


RESPOSTA:



13) A figura mostra uma placa homogênea quadrada, de peso P e lado a , sujeita à ação de forças aplicadas nos pontos A e B . Considerando os eixos (X, Y, Z) , orientados pelos versores $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, pede-se:

- A resultante \vec{R} e o momento \vec{M}_O do sistema de forças, este último calculado em relação ao polo O .
- O momento \vec{M}_G do sistema de forças em relação ao centro de massa G da placa.
- Responda e justifique: O sistema é redutível a uma única força?



RESPOSTA:

- a) Resultante e momento em relação ao polo O :

$$\vec{R} = (F - F)\vec{i} + (F - F)\vec{k} - P\vec{k}$$

$$\vec{R} = -P\vec{k}$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_O &= (A - O) \wedge (-F\vec{k}) + (-F\vec{i}) + (B - O) \wedge (F\vec{k}) + (F\vec{i}) + (G - O) \wedge (-P\vec{k}) = \\ &= aF\vec{j} + aF\vec{i} - aF\vec{k} + \frac{a}{2}P(-\vec{i} + \vec{j}) \end{aligned}$$

$$\vec{M}_O = a \left(\left(F - \frac{P}{2} \right) \vec{i} + \left(F + \frac{P}{2} \right) \vec{j} - F\vec{k} \right)$$

b) Aplicando-se a fórmula de mudança de polo:

$$\vec{M}_G = \vec{M}_O + (O-G) \wedge \vec{R} = \vec{M}_O - \frac{a}{2}(\vec{i} + \vec{j}) \wedge (-P\vec{k}) = \vec{M}_O + \frac{a}{2}P(\vec{i} - \vec{j})$$

$$\vec{M}_G = aF(\vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$$

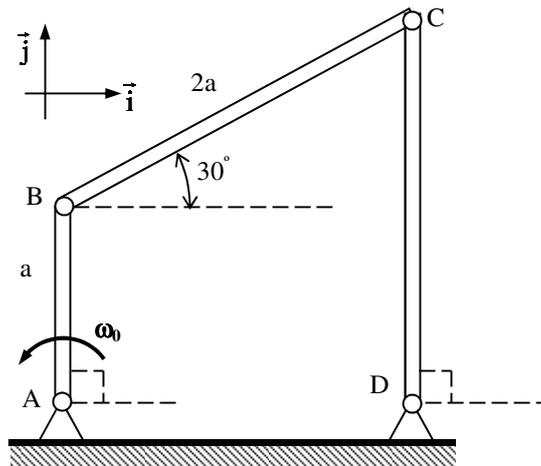
c) O sistema não é redutível a uma única força, pois o invariante,

$$\vec{M}_O \cdot \vec{R} = \vec{M}_G \cdot \vec{R} = aFP \neq 0,$$

é não-nulo.

14) O mecanismo plano mostrado na figura é composto pelas barras AB, BC e CD, sendo A, B, C e D articulações. A barra AB gira com velocidade angular constante ω_0 . Determine para o instante considerado e na base (\vec{i}, \vec{j}) indicada:

- Os vetores velocidade e aceleração de B.
- O centro instantâneo de rotação (CIR) da barra BC e sua velocidade angular.
- A velocidade de C e a velocidade angular da barra CD.



RESPOSTA:

a) Velocidade do ponto B:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega}_O \wedge (B - A) = \vec{0} + \omega_0 \vec{k} \wedge a \vec{j}$$

$$\vec{v}_B = -\omega_0 a \vec{i}$$

Aceleração do ponto B:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \dot{\vec{\omega}}_O \wedge (B - A) + \vec{\omega}_O \wedge [\vec{\omega}_O \wedge (B - A)]$$

$$\vec{a}_B = \vec{0} + \vec{0} + \omega_0 \vec{k} \wedge [\omega_0 \vec{k} \wedge a \vec{j}]$$

$$\vec{a}_B = -\omega_0^2 a \vec{j}$$

b) Para o instante considerado, a barra BC desenvolve um movimento de translação, portanto, sua velocidade angular é nula e o centro instantâneo de rotação não está definido.

c)

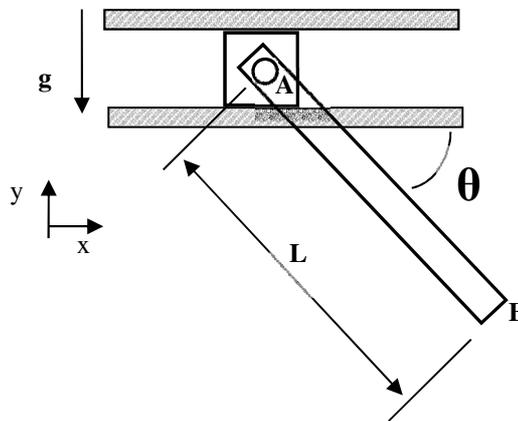
$$\vec{v}_C = \vec{v}_B$$

$$\vec{\omega}_{CD} = \frac{v_C}{(a + 2a \cos 30^\circ)} \vec{k} = \frac{v_C}{2a} \vec{k}$$

15) A barra homogênea AB possui massa m e comprimento L . Através da articulação em A, conecta-se a um bloco de massa desprezível. O bloco, por sua vez, pode deslizar, sem atrito, no interior da guia horizontal mostrada. No instante inicial, o sistema está em repouso com a barra formando ângulo θ com a horizontal. Em determinado momento, a barra é solta. Pede-se, em função dos parâmetros dados:

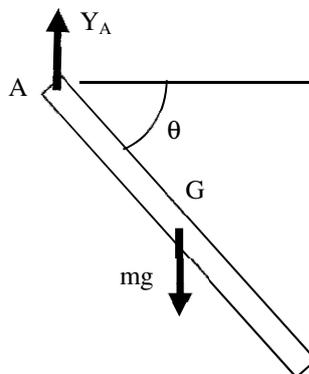
- O diagrama de corpo livre da barra.
- O vetor aceleração angular da barra $\dot{\omega}$, para este momento.
- O vetor aceleração do baricentro da barra \vec{a}_G , para este momento.

Dado: para uma barra homogênea de massa m e comprimento L , $J_{Gz} = mL^2/12$.



RESPOSTA:

a)



b) e c)

Teorema do Movimento do Baricentro: $m\vec{a}_G = (Y_A - mg)\vec{j}$ $\left\{ \begin{array}{l} a_{Gx} = 0 \\ a_{Gy} = \frac{1}{m}(Y_A - mg) \end{array} \right.$

Teorema da Quantidade de Movimento Angular: $\dot{\vec{H}}_G = \vec{M}_G$

$$\vec{H}_G = -J_{zG} \omega \vec{k} \Rightarrow \dot{\vec{H}}_G = -J_{zG} \dot{\omega} \vec{k} = -\frac{mL^2}{12} \dot{\omega} \vec{k}$$

$$\vec{M}_G = -Y_A \frac{L}{2} \cos \theta \vec{k}$$

$$Y_A = \frac{mL\dot{\omega}}{6 \cos \theta}$$

Relação cinemática:

$$\vec{a}_G = \vec{a}_A + \dot{\omega} \wedge (G - A) + \ddot{\omega} \wedge [\ddot{\omega} \wedge (G - A)] \quad \vec{a}_A = a_A \vec{i}, \quad \ddot{\omega} = \ddot{\omega} \vec{k}$$

$$\vec{a}_G = a_A \vec{i} - \dot{\omega} \vec{k} \wedge \frac{L}{2} (\cos \theta \vec{i} - \sin \theta \vec{j}) = \left(a_A - \dot{\omega} \frac{L}{2} \sin \theta \right) \vec{i} - \dot{\omega} \frac{L}{2} \cos \theta \vec{j} \Rightarrow a_{Gy} = -\dot{\omega} \frac{L}{2} \cos \theta$$

Das expressões acima:

$$\dot{\omega} = -\frac{6g \cos \theta}{L(1 - 3 \cos^2 \theta)} \vec{k} \quad \text{e} \quad \vec{a}_G = -\frac{3g \cos^2 \theta}{1 - 3 \cos^2 \theta}$$