



**EXAME DE TRANSFERÊNCIA EXTERNA 2013
(SEGUNDA FASE)**

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA**

23/09/2012

Nome Completo: _____

Documento de Identidade: _____

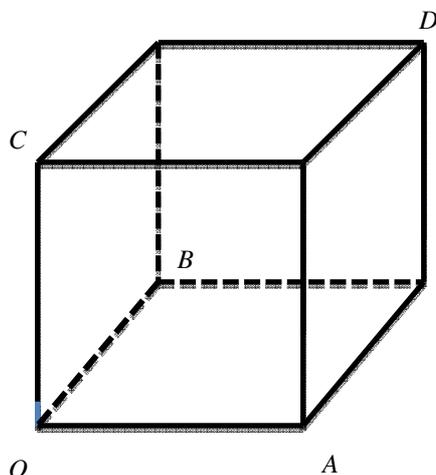
Assinatura: _____

INSTRUÇÕES

1. **SOMENTE INICIAR A PROVA QUANDO FOR AUTORIZADO PELO FISCAL DE SALA.**
2. A prova tem **32 páginas**, incluindo a página de rosto. O espaço em branco que segue cada uma das **15 questões** é para a sua resolução. As páginas de **RASCUNHO** não serão consideradas na correção.
3. Verificar se o seu **nome** e a sua **opção de curso** estão corretos na etiqueta de identificação da prova.
4. Não se esquecer de identificar a página de rosto da prova, colocando seu nome completo (sem abreviações), o número do seu documento de identidade e a sua assinatura nos locais indicados.
5. **NÃO É PERMITIDO O USO DE CALCULADORA OU CELULAR DURANTE A PROVA.** O USO DESSES APARELHOS PODERÁ IMPLICAR A DESCLASSIFICAÇÃO SUMÁRIA DO CANDIDATO (***DEIXAR O CELULAR DESLIGADO!!!***).
6. Não é permitido o uso de outros materiais estranhos à prova.
7. A prova é para ser resolvida à **caneta** (azul ou preta), com exceção dos desenhos técnicos.
8. Qualquer dúvida faz parte da interpretação do enunciado da questão.
9. Duração da prova: **5 horas**. Saída permitida a partir das **14h30min**.
10. Não é permitido fumar no local de exame.

Gabarito

- 1) A figura abaixo representa um cubo de aresta igual a 1. Considere em E^3 o sistema de coordenadas $\Sigma = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, em que $\vec{i} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{j} = \overrightarrow{OB}$ e $\vec{k} = \overrightarrow{OC}$.



- (a) Escreva uma equação para a reta OD .
- (b) Escreva uma equação para o plano π que contém a reta AC e é paralelo à reta OD .
- (c) Determine a distância entre a reta OD e o plano π .

RESPOSTA:

(a) Desde que o ponto O é a origem do sistema de coordenadas, temos que $O = (0,0,0)_{\Sigma}$ e, como podemos escrever $\overrightarrow{OD} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, temos $D = (1,1,1)_{\Sigma}$. Assim, uma equação para a reta OD é: $X = (0,0,0) + \lambda(1,1,1)$ com $\lambda \in \mathbb{R}$.

(b) Os vetores $\overrightarrow{AC} = \vec{k} - \vec{i} = (-1,0,1)$ e $\overrightarrow{OD} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} = (1,1,1)$ são diretores do plano procurado, e o ponto $A = (1,0,0)_{\Sigma}$ está nesse plano. Um ponto $X = (x,y,z)_{\Sigma}$ pertence ao plano determinado se e somente se os vetores \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{OD} e $\overrightarrow{AX} = (x-1,y,z)$ forem linearmente dependentes. Para isso, impomos que

$$\det \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ x-1 & y & z \end{bmatrix} = 0.$$

Temos, então, que uma equação geral do plano π é: $x-2y+z-1=0$.

(c) Já que a reta OD é paralela ao plano π , para encontrar a distância procurada, basta calcularmos a distância de um ponto qualquer da reta a esse plano. Vamos calcular a distância do ponto O ao plano. Para isso,

vamos considerar a reta, s , que passa por O e é normal ao plano. Essa reta tem como vetor diretor um vetor normal a π , que é: $\vec{n} = (1, -2, 1)$. Uma equação para essa reta é: $X = (0, 0, 0) + \beta (1, -2, 1)$ com $\beta \in \mathbb{R}$. A interseção de s com π é o ponto: $S = (\frac{1}{6}, \frac{-2}{6}, \frac{1}{6})$. Assim, distância procurada é igual ao módulo do vetor \vec{OS} , que é: $\|\vec{OS}\| = \sqrt{1/6}$.

2) Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ a transformação linear definida por:

$$T(x, y, z) = (x+2y-z, -2x-3y+z, 2x+2y-2z).$$

(a) Exiba a matriz, $[T]_{\mathbf{B}}$, de T em relação à base $\mathbf{B} = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$.

(b) Sabendo que o polinômio característico de T é: $p_T = -(t+2)(t+1)^2$, determine todos os autovalores de T .

(c) Determine todos os autovetores de T .

(d) Existe uma matriz diagonal que represente a transformação T ? Em caso afirmativo, exiba essa matriz e relacione-a com a matriz $[T]_{\mathbf{B}}$. **Justifique.**

RESPOSTA:

(a) Calculando, temos: $T(1,0,0) = (1, -2, 2)$, $T(0,1,0) = (2,-3,2)$ e $T(0,0,1) = (-1,1,-2)$. Então a matriz procurada é:

$$[T]_{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & -3 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

(b) Sabemos que as raízes do polinômio característico são os autovalores da transformação linear, então os autovalores de T são -1 e -2.

(c) Primeiramente, vamos encontrar os autovetores de T associados ao autovalor -1. Para isso vamos determinar o subespaço $\ker(T+I)$. A matriz do operador

$$T+I \text{ em relação à base } \mathbf{B} \text{ é } \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

$$\text{Se } (x,y,z) \in \ker(T+I), \text{ então } \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Donde concluímos que $\ker(T+I) = \{(x,y, 2x+2y) : x, y \in \mathbb{R}\}$, uma base deste subespaço é: $\{(1,0,2), (0,1,2)\}$.

Agora vamos fazer o mesmo para o autovalor -2, ou seja, vamos determinar o subespaço $\ker(T+2I)$.

$$\text{A matriz do operador } T+2I \text{ em relação à base } B \text{ é } \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Se $(x,y,z) \in \ker(\mathbf{T}+2\mathbf{I})$, então
$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Donde concluímos que $\ker(\mathbf{T}+2\mathbf{I}) = \{(-y, y, -y) : y \in \mathbf{R}\}$, e uma base deste subespaço é: $\{(1,-1,1)\}$.

- (d) Já que a dimensão de \mathbf{R}^3 é 3, e também sabemos que autovetores associados a autovalores diferentes são linearmente independentes, do item anterior encontramos a base de \mathbf{R}^3 formada por autovetores de \mathbf{T} , $\mathbf{C} = \{(1,0,2), (0,1,2), (1,-1,1)\}$, então \mathbf{T} é diagonalizável e a matriz de \mathbf{T} em relação a essa base é:

$$[\mathbf{T}]_{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

Assim, podemos escrever $[\mathbf{T}]_{\mathbf{B}} = [\mathbf{I}]_{\mathbf{C},\mathbf{B}}[\mathbf{T}]_{\mathbf{C}}[\mathbf{I}]_{\mathbf{B},\mathbf{C}}$, em que \mathbf{I} é o operador identidade de \mathbf{R}^3 e

$$[\mathbf{I}]_{\mathbf{C},\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ que é uma matriz invertível, cuja inversa é } [\mathbf{I}]_{\mathbf{B},\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

3) No \mathbf{R}^4 , considere o produto interno usual: $\langle(x,y,z,w), (a,b,c,d)\rangle = ax+by+cz+dw$, para todos $(x,y,z,w), (a,b,c,d)$ em \mathbf{R}^4 . Seja \mathbf{S} o subespaço de \mathbf{R}^4 gerado por $\{(1,1,0,0),(0,1,-1,1)\}$.

(a) Determine uma base ortogonal para \mathbf{S} .

(b) Considerando $\mathbf{P} : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}^4$, $\mathbf{P}(v) = \text{proj}_{\mathbf{S}} v$, a projeção ortogonal em \mathbf{S} , exiba uma base do núcleo (*kernel*) de \mathbf{P} .

(c) Considere a transformação linear $\mathbf{T}(v) = v - \mathbf{P}(v)$, para todo v em \mathbf{R}^4 .

É possível representar essa transformação pela matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$?

Justifique a sua resposta.

RESPOSTA:

(a) Vamos usar o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt. Chamamos de $l = (1,1,0,0)$ e de $m = (0,1,-1,1)$, vamos calcular a projeção ortogonal de m em l , $\text{proj}_l m = \frac{\langle l, m \rangle}{\|l\|^2} l = \frac{1}{2} (1,1,0,0)$. O vetor $m - \text{proj}_l m = (\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}, -1, 1)$ é ortogonal a l e pertence ao subespaço \mathbf{S} . Portanto, uma base ortogonal para \mathbf{S} é: $\{(1,1,0,0), (\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}, -1, 1)\}$.

(b) Como a transformação linear \mathbf{P} é a projeção ortogonal em \mathbf{S} , temos que \mathbf{P} fixa os vetores de \mathbf{S} , isto é, $\mathbf{P}(s)=s$, para todo $s \in \mathbf{S}$. Então a imagem de \mathbf{P} é \mathbf{S} , que tem dimensão igual a 2. Assim, pelo Teorema do Núcleo e da Imagem, concluímos que a dimensão do núcleo de \mathbf{P} é igual a 2, já que a dimensão do \mathbf{R}^4 é igual a 4. Por outro lado, sabemos que $\mathbf{S} \oplus \mathbf{S}^\perp = \mathbf{R}^4$, em que \mathbf{S}^\perp representa o subespaço ortogonal a \mathbf{S} . Daí concluímos que a dimensão de \mathbf{S}^\perp é igual a 2. Pela definição de projeção ortogonal, sabemos que $\mathbf{S}^\perp \subset \ker(\mathbf{P})$, donde temos que $\mathbf{S}^\perp = \ker(\mathbf{P})$. Basta, então, encontrarmos uma base de \mathbf{S}^\perp . Um vetor $(x,y,z,w) \in \mathbf{S}^\perp$ se e somente se $\langle(x,y,z,w), (1,1,0,0)\rangle = x+y = 0$ e $\langle(x,y,z,w), (0,1,-1,1)\rangle = y-z+w = 0$. Assim, $\mathbf{S}^\perp = \{ (x,y,z,w) \in \mathbf{R}^4 : x = -z+w \text{ e } y = z-w \} = \{ (-z+w, z-w, z, w) : z, w \in \mathbf{R} \}$ e uma base de \mathbf{S}^\perp é $\{(-1,1,1,0), (1,-1,0,1)\}$.

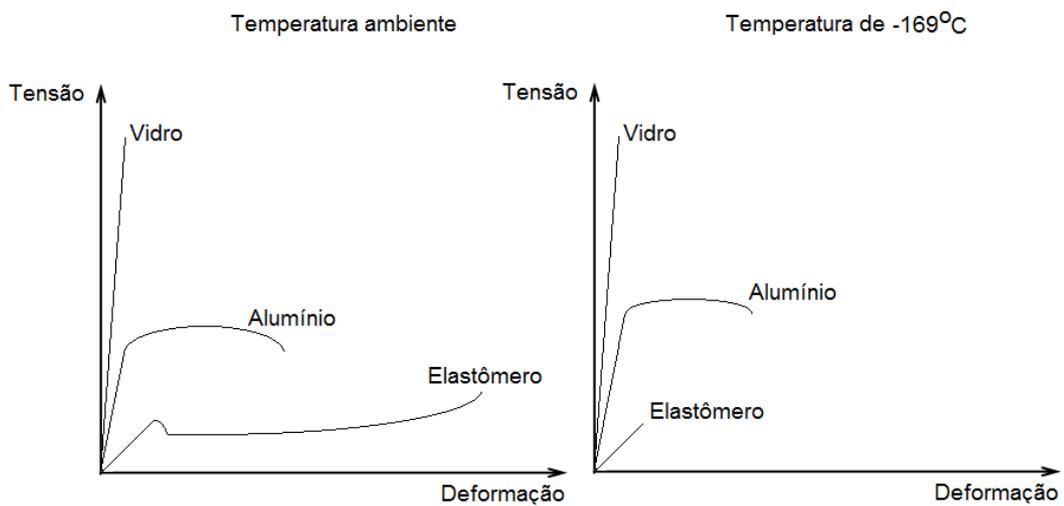
(c) No item anterior vimos que $\mathbf{P}(s)=s$, para todo $s \in \mathbf{S}$. Então, $\mathbf{T}(s)=0$, para todo $s \in \mathbf{S}$, e isso significa que 0 é autovalor de \mathbf{T} e que os vetores de \mathbf{S} são autovetores de \mathbf{T} associados ao 0. Por outro lado, vimos também no item anterior que $\mathbf{S}^\perp = \ker(\mathbf{P})$, o que nos diz que $\mathbf{T}(r) = r$, para todo $r \in \mathbf{S}^\perp$. Daqui temos que 1 é autovalor de \mathbf{T} e que os vetores de \mathbf{S}^\perp são autovetores de \mathbf{T} , associados ao 1.

Então, $\{(1,1,0,0), (0,1,-1,1), (-1,1,1,0), (1,-1,0,1)\}$ é uma base de \mathbf{R}^4 , pois $\mathbf{S} \oplus \mathbf{S}^\perp = \mathbf{R}^4$, e é formada por

autovetores de \mathbf{T} , e a matriz de \mathbf{T} relativamente à essa base é $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- 4) Desenhe as curvas Tensão *versus* Deformação típicas de um material metálico (uma liga de alumínio), de um material cerâmico (um vidro sodo-cálcico) e de um material polimérico (elastômero com T_g de -40°C), em um mesmo gráfico e em escala, em duas temperaturas diferentes: temperatura ambiente e -169°C . Explique a influência da temperatura nas propriedades indicadas na folha de resposta, para cada material.

RESPOSTA:



Material Metálico:

- Módulo de elasticidade: praticamente não varia com a alteração da temperatura.
- Limite de escoamento: aumenta com a diminuição da temperatura.
- Limite de resistência: aumenta com a diminuição da temperatura.
- Alongamento total: reduz com a diminuição da temperatura.

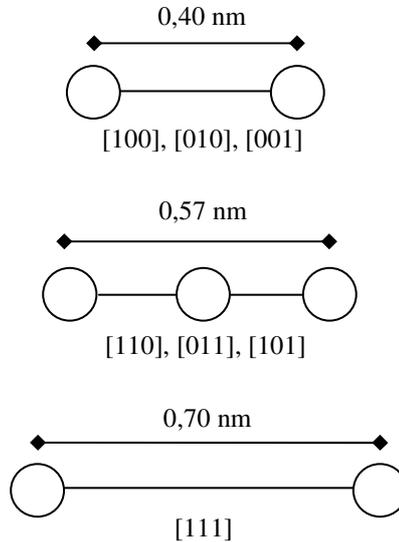
Material Cerâmico:

- Módulo de elasticidade: praticamente não varia com a alteração da temperatura.
- Limite de ruptura: praticamente constante com a temperatura.
- Deformação elástica: praticamente constante com a temperatura.

Material Polimérico:

- Módulo de elasticidade: praticamente não varia com a alteração da temperatura.
- Limite de escoamento: reduz com a diminuição da temperatura.
- Limite de ruptura: reduz com a diminuição da temperatura.
- Alongamento total: reduz com a diminuição da temperatura.

5) A seguir é apresentado o esquema de arranjo atômico para diferentes direções cristalinas, e seus respectivos comprimentos, para um dado metal. Todas as direções apresentadas pertencem a uma célula unitária.



- a) A qual sistema cristalino a célula unitária pertence? **Justificar sua resposta.**
- b) Qual a denominação desta estrutura cristalina? **Justifique.**
- c) Se este sistema cristalino fosse comparado com um sistema tetragonal do mesmo metal, o coeficiente de difusão seria o mesmo para essas duas estruturas cristalinas? **Justifique.**

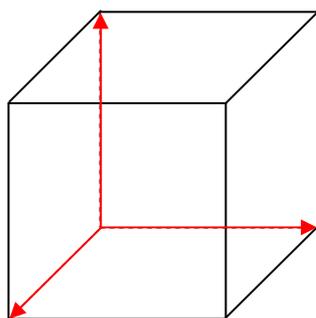
Dados: raio atômico = 0,143 nm

$$\sqrt{2} = 1,41$$

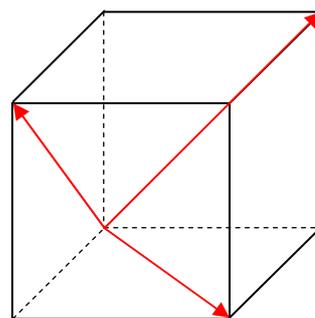
$$\sqrt{3} = 1,73$$

RESPOSTA:

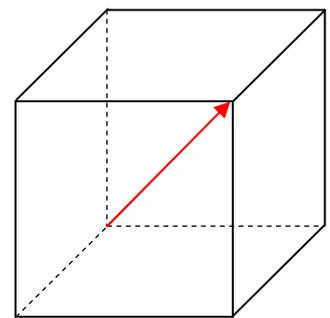
Desenhando-se as direções nos cubos:



[100], [010] e [001]



[110], [011] e [101]



[111]

No primeiro caso, são somente dois átomos nas arestas. No segundo, são três átomos nas diagonais das faces do cubo e, no terceiro cubo, são somente dois átomos na diagonal do cubo.

a) O primeiro desenho mostra que a célula unitária pertence ao sistema cúbico, porque as distâncias são iguais nos três eixos.

b) Para saber se é CCC ou CFC, tem que calcular o parâmetro de rede (a_0) a partir do raio atômico (r):

$$\text{Para o CCC: } a_0 = 4 * \sqrt{3} * r / 3,$$

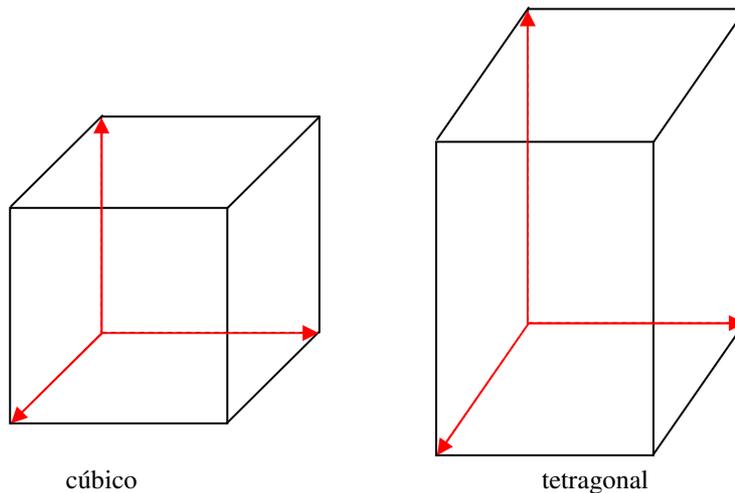
$$\text{logo, } a_0 = 4 * \sqrt{3} * 0,143 / 3 = 0,33 \text{ nm.}$$

$$\text{Para o CFC: } a_0 = 2 * \sqrt{2} * r,$$

$$\text{logo, } a_0 = 2 * \sqrt{2} * 0,143 = 0,40 \text{ nm.}$$

Assim, a estrutura cristalina é CFC.

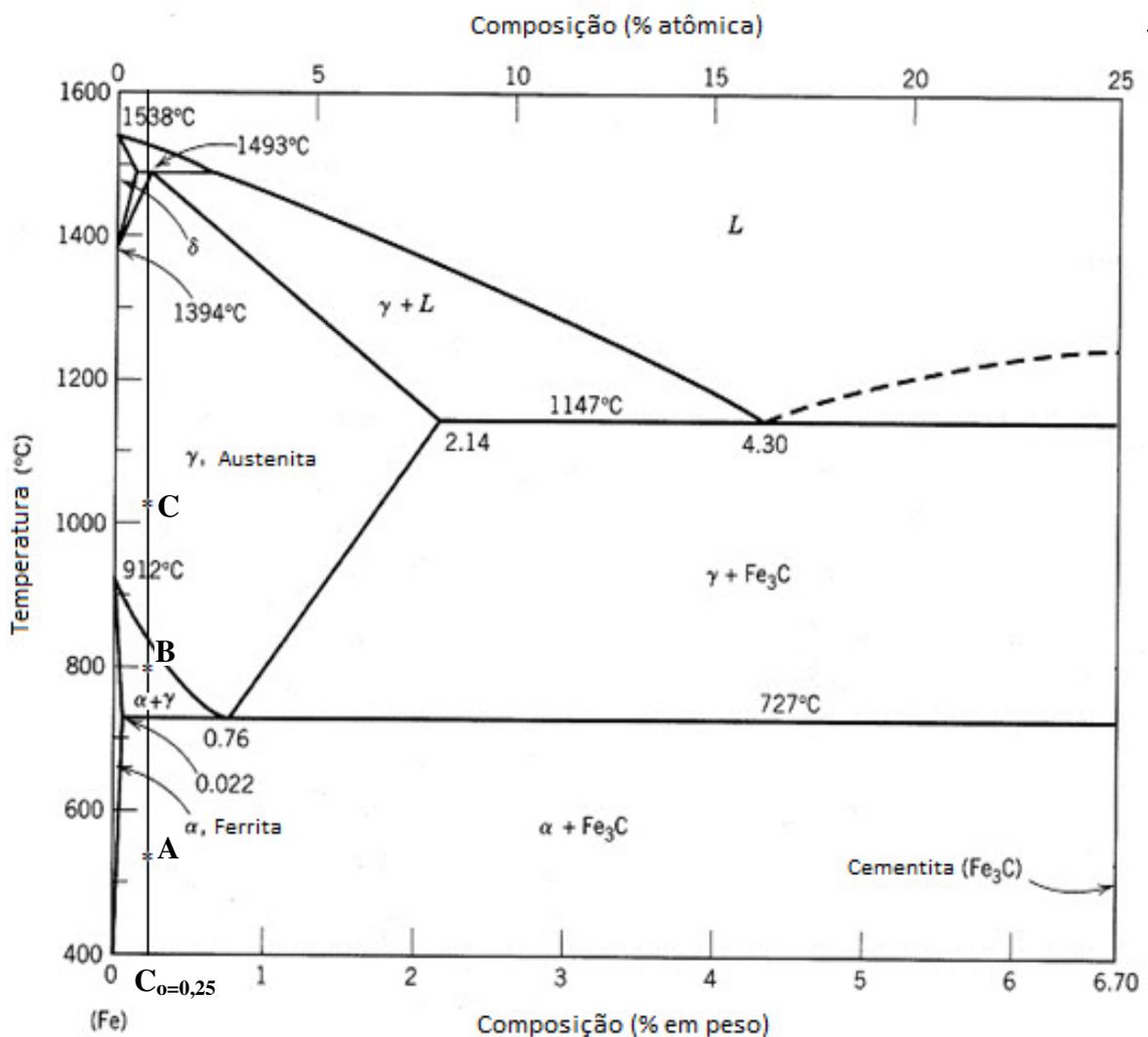
c) O coeficiente de difusão é baseado na distância de pulo. Um sistema cúbico tem suas distâncias simétricas nos três eixos, enquanto que o sistema tetragonal possui uma distância maior. Desta maneira, como a distância de pulo de um átomo para o sistema cúbico é igual, o coeficiente de difusão é igual nas três direções e, portanto, constante para materiais com sistemas cúbicos. No caso de sistema tetragonal isso não ocorre e o coeficiente de difusão varia conforme a direção atômica.



6) Para o diagrama de fases ferro-carbono e composição química do aço (C_0), apresentados a seguir, pergunta-se:

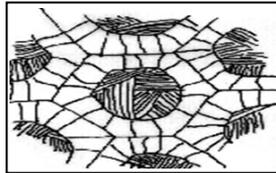
- Qual a microestrutura de equilíbrio na temperatura indicada pelo ponto A? Faça um desenho esquemático no local indicado.
- Qual a microestrutura de equilíbrio na temperatura indicada pelo ponto B? Faça um desenho esquemático no local indicado.
- Qual a fração volumétrica das fases presentes na temperatura B?
- A austenita presente na temperatura indicada pelo ponto B tem a mesma temperabilidade da austenita indicada pela temperatura do ponto C? Explique utilizando uma curva TTT.

Dado:

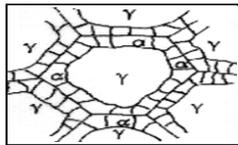


RESPOSTA:

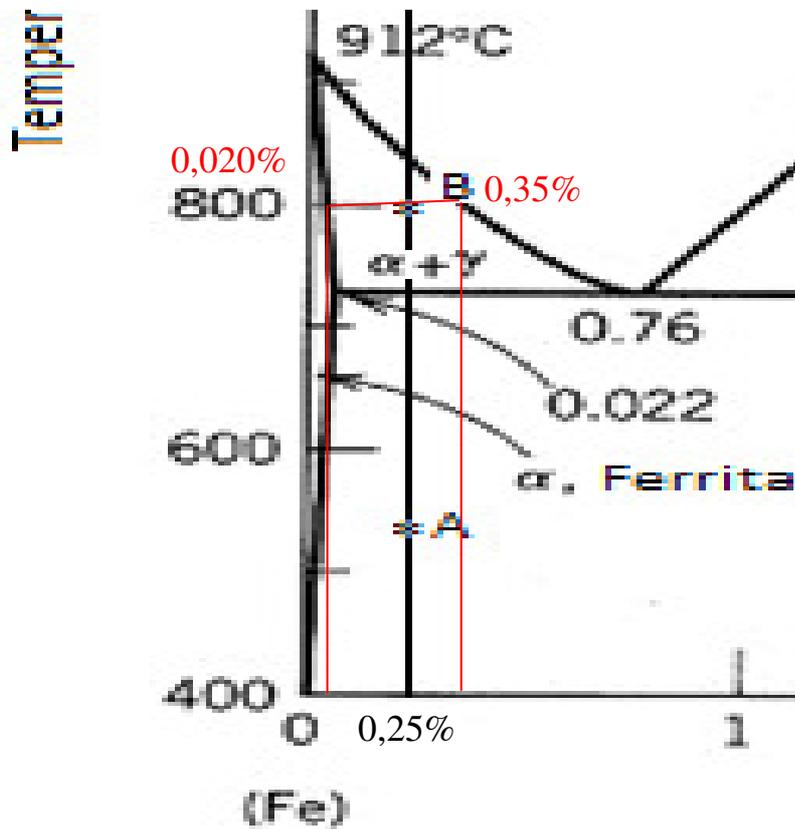
a) A microestrutura é composta de ferrita pró-eutetóide e de perlita.



b) A microestrutura é composta de ferrita pró-eutetóide e de austenita.

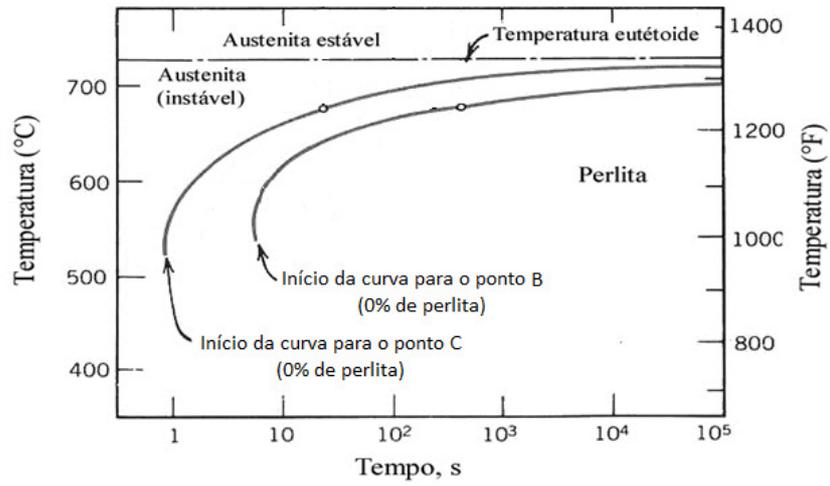


c) As frações volumétricas de ferrita pró-eutetóide e austenita são, respectivamente:



$$\% \text{ ferrita} = [(0,35-0,25)/(0,35-0,02)]*100 = 30,30\%$$
$$\% \text{ austenita} = [(0,25-0,020)/(0,35-0,02)]*100 = 69,69\%$$

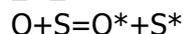
- d) A austenita na temperatura B tem teor de carbono maior que no ponto C. Desta maneira, a sua temperabilidade é maior que a austenita do ponto C. A curva TTT a seguir mostra a diferença de temperabilidade entre as duas condições.



- 7) Dispõe-se de dois carvões (CARVÃO 1 E CARVÃO 2), cujas composições elementares estão apresentadas na tabela a seguir:

Carvão	carbono	hidrogênio	oxigênio	enxofre	Cinzas
CARVÃO 1	C	H	O	S	Z
CARVÃO 2	C*	H*	O*	S*	Z*

Sabe-se que:



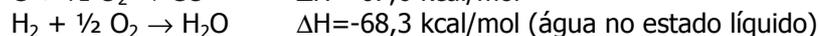
Com tais informações:

- Qual carvão apresenta maiores PCI e PCS? Justifique.
- Qual carvão apresenta maior volume de fumos a 120 °C e 1 atm numa combustão completa com ar teórico? Justifique.

Dados:

Massas atômicas: C=12; H=1; O=16, S=32

Reações de combustão:



$$PC(I \text{ ou } S) = - \sum n_i \Delta H_i$$

PCI = poder calorífico inferior

PCS = poder calorífico superior

n_i = número de moles da substância i

ΔH_i = entalpia de combustão da substância i

Equação dos gases ideais:

$$pV = nRT, \text{ em que: } p = \text{pressão, } V = \text{volume, } n = \text{número de mols,}$$

$$R = 62,3 \text{ mmHg.L/mol.K ou } 0,082 \text{ atm.L/mol.K,}$$

$$T = \text{temperatura absoluta}$$

RESPOSTA:

- a) **Carvão com maior PCI e PCS:**

De acordo com as informações fornecidas para os carvões, sabe-se que ambos apresentam os mesmos teores de carbono e cinzas. Como $O+S=O^*+S^*$, a composição de ambos os carvões apresenta a mesma quantidade de hidrogênio. E como $O^*>O$, o CARVÃO 2 apresenta menor quantidade de enxofre.

No cálculo de PCS tem-se:

$$PCS = - \sum n_i \Delta H_i .$$

O termo n_i representa o número de mols de cada substância combustível, que para tais carvões são: Carbono, Hidrogênio e Enxofre. Ambos apresentam o mesmo teor de carbono e, portanto, devem ter a mesma contribuição deste elemento no PCS. Como o CARVÃO 2 apresenta uma menor quantidade de enxofre, ter-se-á neste carvão uma contribuição menor do enxofre no PCS. E como o CARVÃO 2 apresenta maior teor de oxigênio, ele apresenta, também, maior quantidade de água ligada e, assim, menor quantidade de hidrogênio livre. Logo, no CARVÃO 2, a contribuição do hidrogênio no cálculo de PCS será menor.

Pelo exposto, conclui-se que o **CARVÃO 1** deve apresentar um **PCS MAIOR**.

O cálculo de PCI parte do valor de PCS:

$PCI = PCS - n_{H_2O}\lambda$ em que n_{H_2O} é a quantidade total de água no carvão (umidade, água ligada, água produzida pela combustão do hidrogênio livre) e λ é o calor latente da água. Como para ambos os carvões n_{H_2O} é o mesmo (apresentam o mesmo teor de hidrogênio) e o CARVÃO 1 apresenta maior PCS, o **CARVÃO 1** apresenta **PCI MAIOR**.

b) Maior volume de fumos:

A 120°C, a água apresenta-se em estado de vapor e, portanto, estará presente nos fumos da combustão. Desta maneira, os fumos serão compostos por: CO₂, H₂O(vapor), SO₂ e N₂ do ar. Como a combustão é feita com ar teórico, não haverá a presença de oxigênio nos fumos.

A quantidade de CO₂ nos fumos será igual pelo fato de ambos os carvões apresentarem a mesma quantidade de carbono.

A quantidade de H₂O (vapor), também será a mesma, pelo fato de ambos os carvões apresentarem a mesma quantidade de hidrogênio.

A quantidade de SO₂ será maior no CARVÃO 1 por este apresentar uma quantidade maior de enxofre em sua composição.

A quantidade de N₂ será maior no CARVÃO 1 pelo fato de este apresentar uma menor quantidade de oxigênio em sua composição, uma vez que a quantidade de nitrogênio é calculada a partir da quantidade de oxigênio teórico necessário para a combustão e este oxigênio teórico é calculado como:

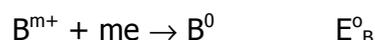
$$n(O_2 \text{ teórico}) = n(O_2 \text{ para C}) + n(O_2 \text{ para H}_2) + n(O_2 \text{ para S}) - n(O_2 \text{ presente no combustível}).$$

$$n(N_2) = 3,76 * n(O_2 \text{ teórico})$$

Como $n(O_2 \text{ presente no combustível})$ é maior para o CARVÃO 2, este apresentará uma quantidade menor de $n(O_2 \text{ teórico})$.

Assim, o **CARVÃO 1** apresenta um **MAIOR VOLUME DE FUMOS A 120°C E 1 ATM DE PRESSÃO**.

9) Os metais A e B estão disponíveis e apresentam as seguintes semi-reações:



em que n e m representam o número de elétrons envolvidos no processo.

Para o hidrogênio, a semi-reação é:



em que E° indica o potencial de eletrodo padrão da substância nas condições padrão.

Sabe-se que: $E^{\circ}_A > E^{\circ}_{H_2} > E^{\circ}_B$.

Estão disponíveis barras dos metais puros, A e B, e soluções de seus íons com concentração C_A e C_B , para cada um deles.

Dado que:

$$\text{Equação de Nernst: } E = E^{\circ} + \frac{0,0591}{z} \log \frac{a_{\text{oxidada}}}{a_{\text{reduzida}}}$$

em que: E é o potencial de equilíbrio fora das condições padrão; E° é o potencial de equilíbrio nas condições padrão; z é o número de moles de elétrons no sistema considerado; a_{oxidada} representa as atividades das formas oxidadas do sistema; a_{reduzida} representa as atividades das formas reduzidas do sistema; log representa o logaritmo decimal.

$$\text{pH} = -\log[H^+]$$

a) Encontre uma relação entre C_A e C_B de modo que, as barras dos metais mergulhadas em solução de seu respectivo sal e estando as barras conectadas por um circuito elétrico e as soluções conectadas por uma ponte salina, o sistema funcione como uma pilha.

b) Num meio desauerado em que o pH seja igual a zero, a temperatura seja de 25° C e a pressão seja de 1 atm, qual dos metais apresenta a possibilidade de corroer?

Justifique as afirmações que fizer.

RESPOSTA:

a) A equação de Nernst aplicada a cada metal para corrigir seu potencial de equilíbrio para as novas condições fica como:

METAL A:

$$E_A = E^{\circ}_A + \frac{0,0591}{n} \log \frac{C_A}{1}$$

METAL B:

$$E_B = E_B^0 + \frac{0,0591}{m} \log \frac{C_B}{1}$$

Como $E_A^0 > E_B^0$, o metal A será o catodo e o metal B será o anodo. Para que um sistema de metais acoplados e mergulhados em solução de seus respectivos íons funcione como uma pilha, a condição a ser satisfeita é de que:

$$FEM = E(\text{catodo}) - E(\text{anodo}) > 0$$

$$E_A - E_B > 0$$

Assim, tem-se:

$$E_A^0 + \frac{0,0591}{n} \log C_A - E_B^0 - \frac{0,0591}{m} \log C_B > 0$$

$$\frac{E_A^0 - E_B^0}{0,0591} > \log \left(C_B^{1/m} \right) - \log \left(C_A^{1/n} \right)$$

$$\frac{E_A^0 - E_B^0}{0,0591} > \log \left(\frac{C_B^{1/m}}{C_A^{1/n}} \right)$$

$$10^{\frac{E_A^0 - E_B^0}{0,0591}} > \frac{C_B^{1/m}}{C_A^{1/n}}$$

E, portanto:

$$\frac{C_B^{1/m}}{C_A^{1/n}} < 10^{\frac{E_A^0 - E_B^0}{0,0591}}$$

b) Num meio com pH igual a zero:

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$$

$$0 = -\log[\text{H}^+]$$

E assim:

$$[\text{H}^+] = 1\text{M}$$

Na equação de Nernst:

Concentração de $\text{H}^+ = 1\text{M}$, pressão do $\text{H}_2 = 1\text{atm}$ e:

$$E_{\text{H}_2} = E_{\text{H}_2}^0 + \frac{0,0591}{2} \log \frac{1}{1} = E_{\text{H}_2}^0 = 0,0\text{V}$$

Para se ter corrosão, a reação anódica deve ser a oxidação do metal e a $FEM > 0$.

$$FEM = E(\text{catodo}) - E(\text{anodo})$$

Para o metal A:

$$E_A > 0;$$

$$E_A > E_{\text{H}_2};$$

Portanto, $FEM < 0$. e assim, o metal não corrói nesse meio.

Para o metal B:

$$E_B < 0;$$

$$E_B < E_{\text{H}_2};$$

Portanto, $FEM > 0$ e o metal B apresenta a possibilidade de corrosão nesse meio.

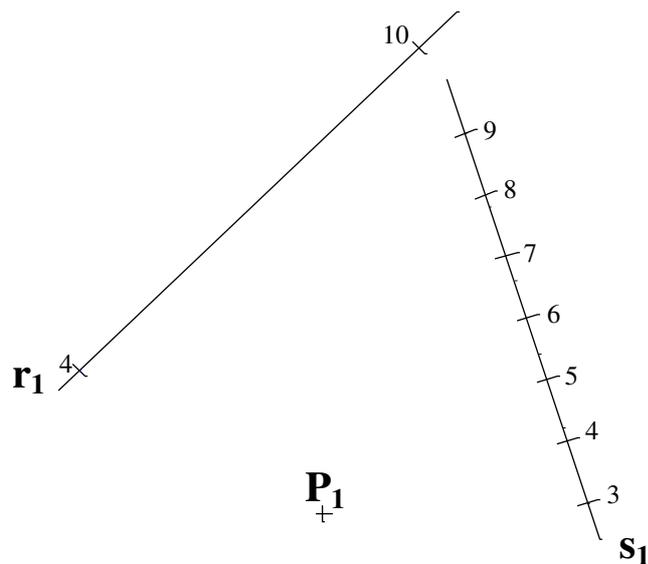
10) Dadas a reta **s** (graduada de metro em metro), a reta **r** e o ponto **P** por suas projeções cotadas:

- Verifique se as retas **r** e **s** são coplanares. **Justifique.**
- Sabendo-se que o plano α contém a reta **r** e é paralelo à reta **s**, trace e gradue uma de suas retas de maior declive.
- Determine a cota do ponto **P** pertencente ao plano α .
- Determine a intersecção do plano α com o plano de projeção horizontal π_1 .

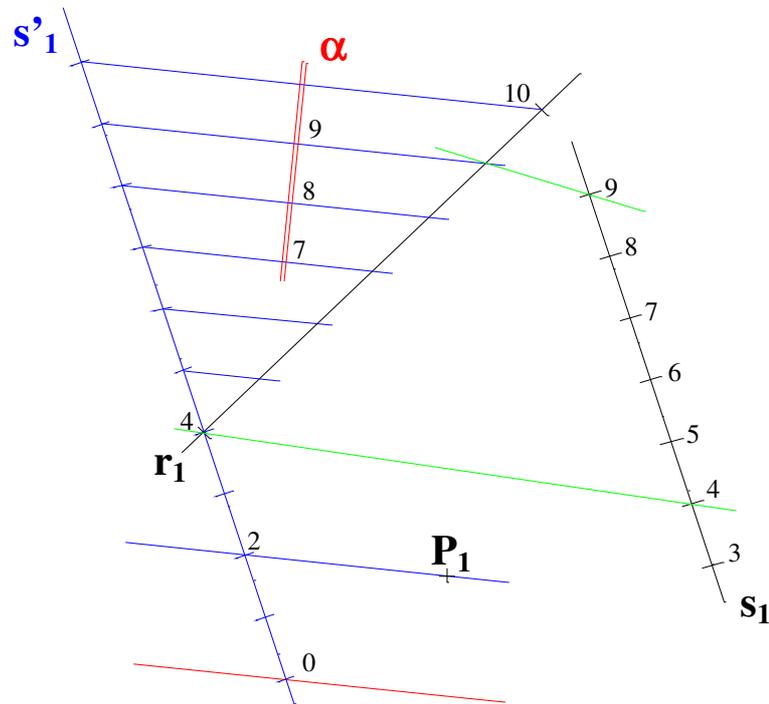
Marque claramente suas respostas, com a notação adequada.

Unidade: metro

Escala: 1:100



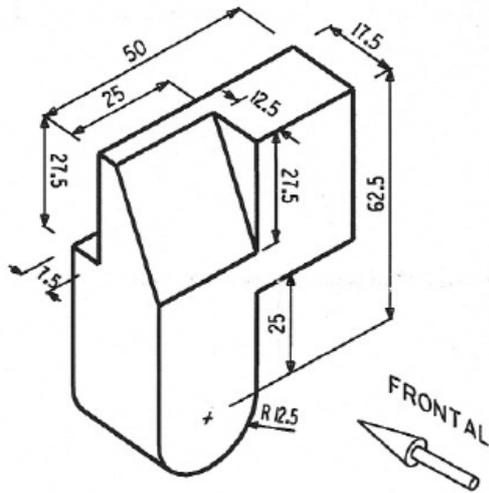
RESPOSTA:



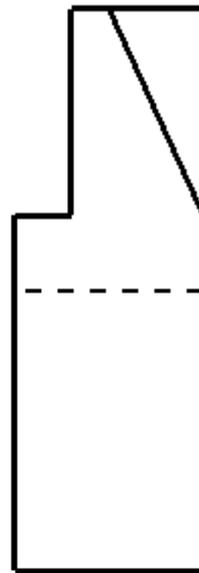
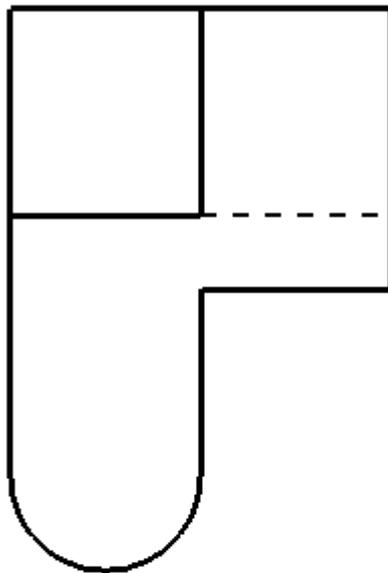
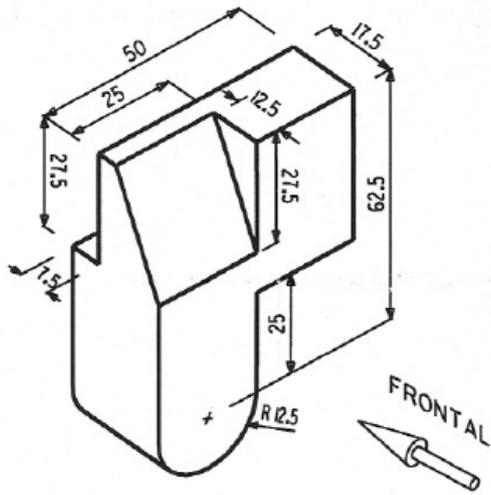
- Traçamos retas que ligam pontos de mesma cota nas retas r e s (em verde no desenho: cotas arbitrárias 4 e 9). Se r e s forem coplanares, essas retas serão as horizontais do plano e , portanto, devem ser paralelas. Como se verificou que não são paralelas, **conclui-se que r e s não são coplanares**.
- Foi traçada a reta s' , paralela à reta s , através do ponto de cota 4 (arbitrário) da reta r , obtendo-se assim duas retas concorrentes que formam um plano paralelo à reta s e que contém a reta r . A reta de maior declive deste plano α é obtida traçando-se uma perpendicular (em vermelho) às retas horizontais (em azul) deste plano.
- A cota do ponto P é **2,0 m** já que a horizontal de cota 2 do plano α contém a projeção do ponto.
- A intersecção do plano α com o plano de projeção horizontal π_1 é a horizontal de cota zero, indicada em vermelho no desenho.

- 11)** Desenhar no 1º diedro as vistas ortográficas frontal, superior e lateral esquerda da peça dada. A face frontal da peça está indicada.

Desenhar em escala natural. Medidas em milímetros.



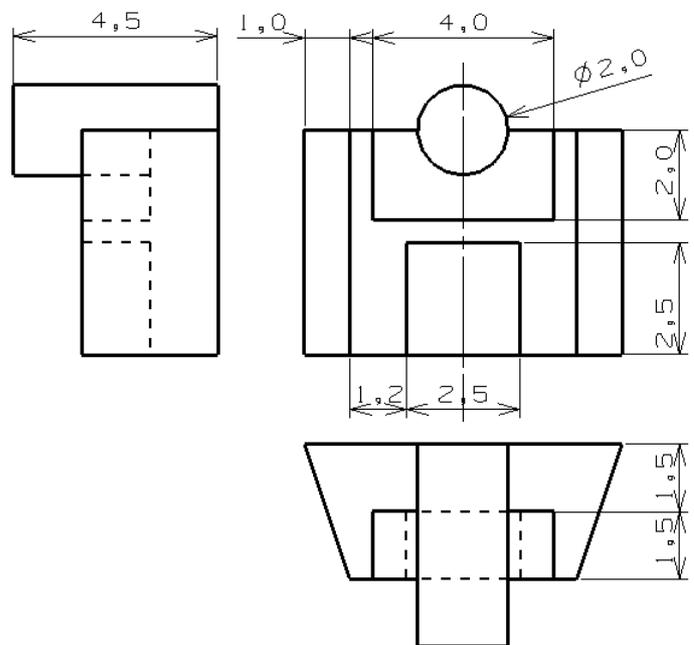
RESPOSTA:



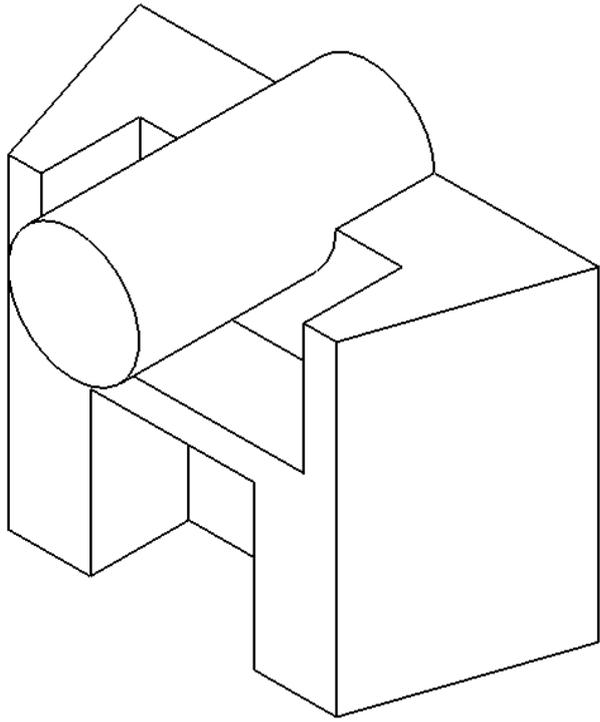
12) Desenhe a perspectiva isométrica da peça, mostrando as faces frontal, superior e lateral direita.

Desenhar em escala natural.

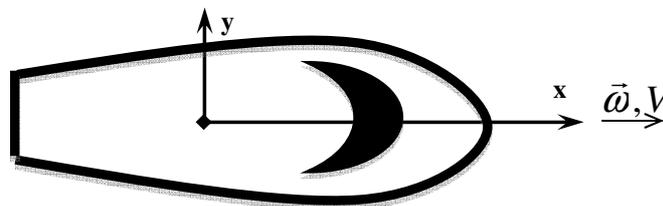
Medidas em centímetros. / Vistas no 1º diedro.



RESPOSTA:



13) Uma lancha navegando a uma velocidade constante V , descreve uma curva para a esquerda de raio constante R . A massa em rotação da lancha (partes do motor) é representada pelos momentos de inércia $J_x=2J$ e $J_y=J_z=J$ em relação ao sistema $Oxyz$ fixo à lancha. O motor gira com velocidade angular de módulo ω constante e de direção e sentido indicados na figura. Calcule o binário giroscópico devido a este movimento da lancha.



RESPOSTA:

O momento angular é dado por:

$$\vec{H}_G = \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2J & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 \\ 0 & 0 & J \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega \\ 0 \\ V/R \end{bmatrix} = 2J\omega\vec{i} + \frac{V}{R}J\vec{k}$$

A derivada do momento angular com relação ao tempo é:

$$\dot{\vec{H}}_G = 2J\dot{\omega}\vec{i} = 2J\omega\frac{V}{R}\vec{j}$$

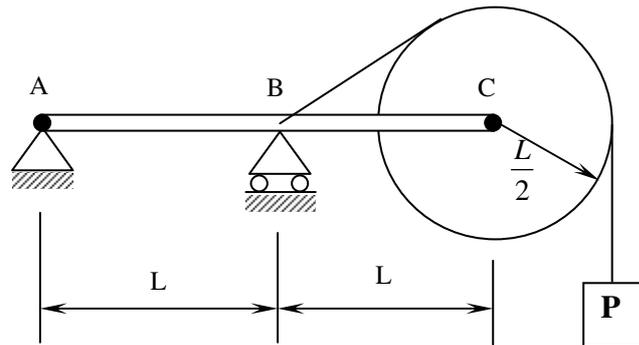
Do Teorema do Momento Angular:

$$\sum \vec{M}_G^{ext} = 2J\omega\frac{V}{R}\vec{j}$$

O binário giroscópico será:

$$\vec{M} = -2J\omega\frac{V}{R}\vec{j}$$

- 14)** A polia de raio $L/2$ é ligada à barra ABC de comprimento $2L$ através de uma articulação em C. Um fio flexível e inextensível passa pela polia e tem uma das extremidades presa em B e a outra presa a um bloco de peso P . A estrutura é vinculada por uma articulação em A e por um apoio simples em B. Considerando a barra, a polia e o fio, com pesos desprezíveis, determine as reações vinculares em A e B.



RESPOSTA:

Diagrama de corpo livre:

Equações de equilíbrio:

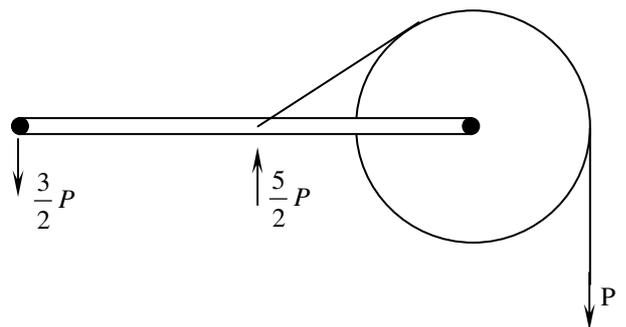
$$\sum F_H = 0 \Rightarrow H_A = 0$$

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow V_A + V_B - P = 0$$

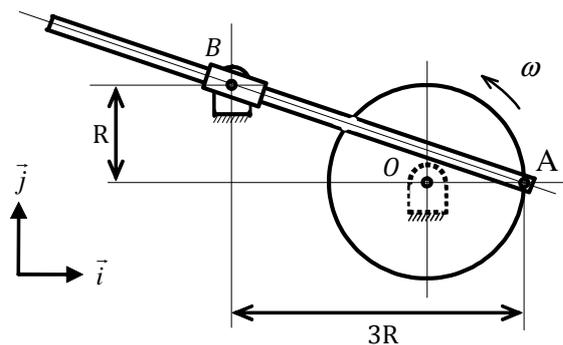
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow V_B L - P \left(2L + \frac{L}{2} \right) = 0$$

$$V_B = \frac{5}{2} P$$

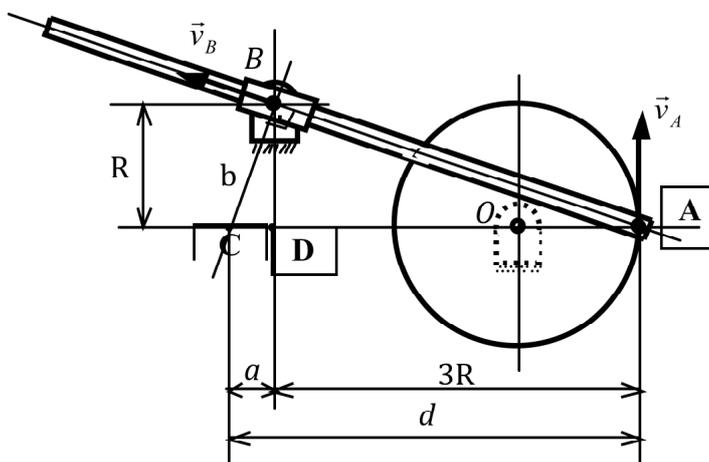
$$V_A = -\frac{3}{2} P$$



- 15) O disco de raio R gira em torno de seu centro fixo O , com velocidade angular ω constante. A barra está articulada ao disco em A . No ponto B existe um cursor pivotado que envolve a barra. Para o instante representado na figura:
- Determine graficamente o centro instantâneo de rotação da barra.
 - Calcule a velocidade e a aceleração vetoriais do ponto A .
 - Determine o vetor de rotação $\vec{\Omega}$ da barra.



RESPOSTA:



a) A velocidade do ponto da barra em B é na direção do eixo da barra, a velocidade do ponto A é na direção vertical e o ponto C é o CIR da barra.

b) Velocidade do ponto A :

$$\vec{v}_A = \vec{v}_O + \vec{\omega} \wedge (A - O) \Rightarrow \vec{v}_A = \vec{0} + \omega \vec{k} \wedge R \vec{i} \Rightarrow \vec{v}_A = \omega R \vec{j}$$

Aceleração do ponto A :

$$\vec{a}_A = \vec{a}_O + \dot{\vec{\omega}} \wedge (A - O) + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge (A - O)) \Rightarrow \vec{a}_A = \vec{0} + \vec{0} \wedge R \vec{i} + \omega \vec{k} \wedge (\omega \vec{k} \wedge R \vec{i})$$

$$\vec{a}_A = -\omega^2 R \vec{i}$$

c) O ponto A pertence à barra:

$$v_A = \Omega d = \omega R$$

em que:

$$d = a + 3R$$

Pela semelhança entre os triângulos ABD e BCD:

$$\frac{a}{R} = \frac{R}{3R} \Rightarrow a = \frac{R}{3}$$

Portanto:

$$\Omega \left(\frac{R}{3} + 3R \right) = \omega R \Rightarrow \Omega = \frac{3}{10} \omega$$

Da figura:

$$\vec{\Omega} = \frac{3}{10} \omega \vec{k}$$

RASCUNHO

RASCUNHO

RASCUNHO