EXAME DE TRANSFERÊNCIA EXTERNA 2013/2014
(SEGUNDA FASE)

EXAME PARA PORTADORES DE DIPLOMA DE NÍVEL SUPERIOR 2013/2014

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA

09/06/2013

Nome Completo: ____

Documento de Identidade: ____

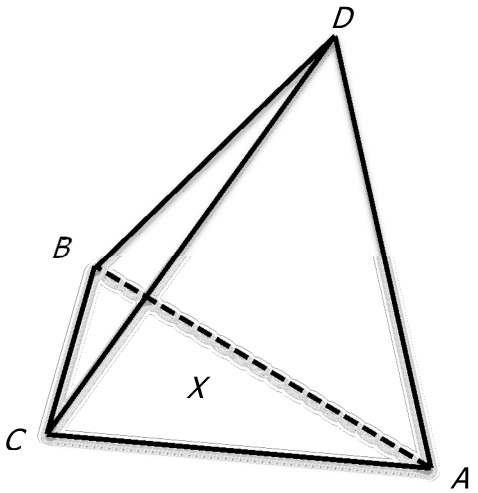
Assinatura: ____

INSTRUÇÕES

1. **SOMENTE INICIAR A PROVA QUANDO FOR AUTORIZADO PELO FISCAL DE SALA**.
2. A prova tem **28 páginas**, incluindo a página de rosto. O espaço em branco que segue cada uma das **15 questões** é para a sua resolução. A página **28** é para **RASCUNHO** e não será considerada na correção.
3. Verificar se o seu **nome** e a sua **opção de curso** estão corretos na etiqueta de identificação da prova.
4. Não esquecer de identificar a página de rosto da prova, colocando seu nome completo (sem abreviações), o número do seu documento de identidade e a sua assinatura nos locais indicados.
5. **NÃO É PERMITIDO O USO DE CALCULADORA OU CELULAR DURANTE A PROVA**. O USO DESSES APARELHOS PODERÁ IMPLICAR A DESCLASSIFICAÇÃO SUMÁRIA DO CANDIDATO (***DEIXAR O CELULAR DESLIGADO!!!***).
6. Não é permitido o uso de outros materiais estranhos à prova.
7. A prova é para ser resolvida à **caneta** (azul ou preta), com exceção dos desenhos técnicos.
8. Qualquer dúvida faz parte da interpretação do enunciado da questão.
9. Duração da prova: **5 horas**. Saída permitida a partir das **14h30min**.
10. Não é permitido fumar no local de exame.

Gabarito

1) Sejam *A*, *B*, *C* e *D* vértices de um tetraedro.



(a) Sendo X o baricentro do triângulo *ABC*, expresse o vetor $\overrightarrow{DX}$ como combinação linear dos vetores: $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$ e $\overrightarrow{DC}$. Use: $\overrightarrow{AX} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AN}$, em que *N* é o ponto médio de *BC*.

(b) Considerando em E^3 o sistema de coordenadas: $\Sigma = (D, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC})$, escreva uma equação geral do plano *DNX*.

(c) Sabendo que $\|\overrightarrow{AB}\| = 5$, $\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{3}$ e $\|\overrightarrow{AD}\| = 2$, que a medida em radianos do ângulo entre $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$ é $\pi/3$ e que $\overrightarrow{AD}$ tem sentido oposto a $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$, determine o volume do tetraedro.

RESPOSTA:

a) $\overrightarrow{DX} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AX} = \overrightarrow{DA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{DA} + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)\right) = \overrightarrow{DA} + \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}\right) + \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}\right) = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}\right)$.

b) O plano DNX passa pelo ponto $D = (0,0,0)_\Sigma$ e tem como vetores diretores $\overrightarrow{DX}$ e $\overrightarrow{DN}$. No item **(a)**, achamos as coordenadas de $\overrightarrow{DX} = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ em relação à base considerada. Vamos encontrar as coordenadas de $\overrightarrow{DN}$ nessa base.
$\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{DB} + \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$.
Assim, $\overrightarrow{DN} = \left(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$. Para encontrarmos uma equação geral do plano *DNX*, vamos usar os vetores: $3\overrightarrow{DX} = (1,1,1)$ e $2\overrightarrow{DN} = (0,1,1)$. Um ponto $P = (x,y,z)_\Sigma$ pertence ao plano *DNX* se e somente se os vetores:
$\overrightarrow{DP} = (x,y,z)$, $\overrightarrow{DN}$ e $\overrightarrow{DX}$ forem linearmente dependentes, o que acontece se e somente se $det\begin{bmatrix} x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = 0$, ou seja, $y - z = 0$ é uma equação procurada.

c) Sabemos que o volume do tetraedro é calculado pela expressão:
V = $\frac{1}{3}(area\ da\ base) \cdot\ (altura)$. Vamos tomar como base o triângulo ABC, já que pelos dados do problema, a altura do tetraedro relativamente a essa base é igual ao módulo do vetor $\overrightarrow{AD}$, pois este tem a mesma direção que o vetor $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$. A área do triângulo ABC é igual a: $\frac{1}{2}\ \|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\| = \frac{1}{2}\ \|\overrightarrow{AB}\|\|\overrightarrow{AC}\| \sin\frac{\pi}{3} = \frac{15}{4}$. Assim, o volume do tetraedro é igual a V= $\frac{1}{3}\frac{15}{4}\ 2 = \frac{5}{2}$.

2) Sejam a, b e k números reais.

(a) Verifique que a e b são autovalores da matriz $\begin{bmatrix} a & k \\ 0 & b \end{bmatrix}$.

(b) Determine todos os valores de k para os quais a matriz $\begin{bmatrix} a & k \\ 0 & a \end{bmatrix}$ é diagonalizável.

Justifique.

(c) Calcule $\begin{bmatrix} 1/2 & 1 \\ 0 & -1/3 \end{bmatrix}^{-9}$.

RESPOSTA:

a) O polinômio característico da matriz é igual a:

$p(x) = \det \begin{bmatrix} a-x & k \\ 0 & b-x \end{bmatrix} = (a-x)(b-x)$

As raízes de $p(x)$ são os autovalores da matriz. Portanto, a e b são os autovalores procurados.

b) Denotemos por A a matriz dada, que tem como polinômio característico $p(x) = (a-x)^2$. Assim, a é autovalor da matriz com multiplicidade algébrica igual a 2. Para que a matriz seja diagonalizável, a multiplicidade geométrica de a deve ser igual a 2. Essa multiplicidade é igual à dimensão do autoespaço associado a a. Esse autoespaço é:

$Ker(A - aI) = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \begin{bmatrix} 0 & k \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right\} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : kx = 0\}$. Esse espaço terá dimensão 2 se e somente se $k = 0$.

c) Denotemos por B a matriz dada. Queremos calcular potência da sua inversa. Pelo item **(a)**, os autovalores de B são $1/2$ e $-1/3$ e, portanto, os autovalores da inversa são: 2 e -3. Sabemos que os autoespaços de uma matriz e da sua inversa são os mesmos. Vamos encontrar os autoespaços de B:

$Ker\left(B - \frac{1}{2}I\right) = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -5/6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right\} = \{(x,0) : x \in \mathbb{R}\} = [(1,0)]$. Esse é o autoespaço de B^{-1} associado ao autovalor 2.

$Ker\left(B + \frac{1}{3}I\right) = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \begin{bmatrix} 5/6 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right\} = \left\{\left(x, \frac{-5x}{6}\right) : x \in \mathbb{R}\right\} = [(6,-5)]$. Esse é o autoespaço de B^{-1} associado ao autovalor -3.

Chamamos $M = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$ e temos que $B^{-1} = M \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} M^{-1}$.

Portanto, $B^{-9} = M \begin{bmatrix} 2^9 & 0 \\ 0 & -3^9 \end{bmatrix} M^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2^9 & 0 \\ 0 & -3^9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 6/5 \\ 0 & -1/5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2^9 & \frac{6}{5}(2^9 + 3^9) \\ 0 & -3^9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 512 & 24234 \\ 0 & -19683 \end{bmatrix}$.

3) Seja V um espaço vetorial sobre $\mathbb{R}$, de dimensão finita, munido de um produto interno, e seja S um subespaço de V. Denota-se por $S^{\perp}$ o complemento ortogonal de S em V.

(a) Se $x = 3v - 2u$ em que $u \in S$ e $v \in S^{\perp}$, determine o vetor de S mais próximo de x. **Justifique.**

(b) Sabendo que a dimensão de V é 3, que a dimensão de $S^{\perp}$ é 1 e que S é o subespaço gerado pelo conjunto $\{(1, a, 0)_\beta, (0,1, a)_\beta, (a, 1,0)_\beta\}$, em que β denota uma base de V, determine todos os possíveis valores de a.

RESPOSTA:

a) Sabemos que quando o espaço vetorial é de dimensão finita, a projeção ortogonal de um vetor em um subespaço é o vetor desse subespaço mais próximo do vetor projetado. Assim, procuramos o vetor $proj_S x$. Por definição, $proj_S x \in S$ e $x - proj_S x \in S^{\perp}$. Portanto, $proj_S x = -2u$.

b) Como V é um espaço vetorial de dimensão finita, sabemos que $V = S \oplus S^{\perp}$. Assim, concluímos que $\dim S = 2$, pois $\dim S^{\perp} = 1$ e $\dim V = 3$. Dessa forma, o conjunto que gera S deve ser $l.d.$ Para isso, devemos ter $det \begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ a & 1 & 1 \\ 0 & a & 0 \end{bmatrix} = 0$, ou seja, $a^3 - a = 0$; assim, temos que $a = 0$, $a = 1, ou\ a = -1$. Observemos que, no conjunto dado, os vetores $(1, a, 0)\ e\ (0,1, a)$ são linearmente independentes para qualquer valor de a, ou seja, $\dim S \geqq 2$ para qualquer a. Porém, $\dim S = 2$ somente quando $a = 0, a = 1\ ou\ a = -1$.

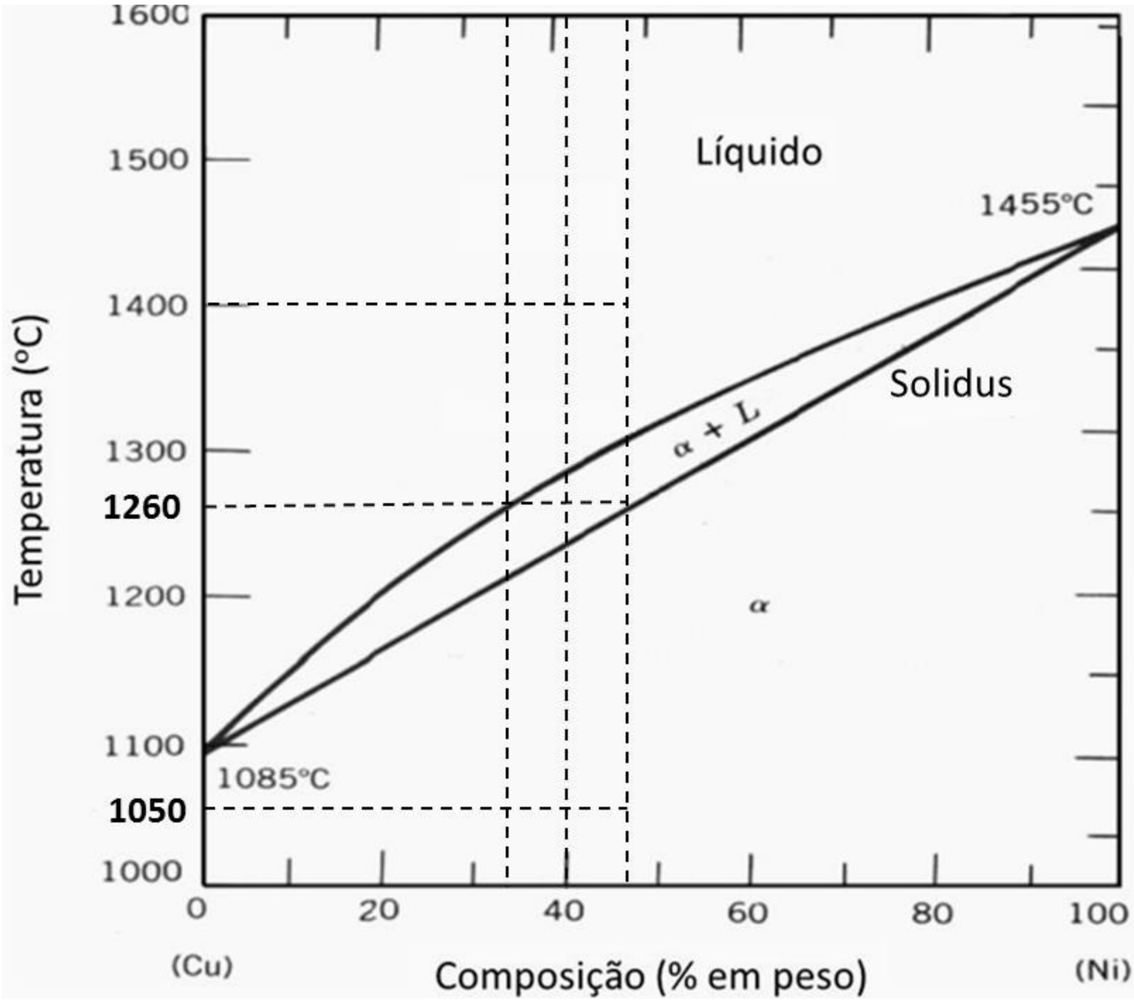
4) Dado o diagrama de fases Cu-Ni, a seguir, e supondo uma liga com 40% em peso de Níquel, pergunta-se:

a) Qual a composição da(s) fase(s) da liga a 1400°C e a 1260°C?

b) Existe alguma diferença entre os valores das composições químicas do item (a) e a composição química da liga? **Justifique**.

c) Qual a porcentagem da fase líquida na temperatura de 1260°C?

d) É possível endurecer por precipitação esta liga? **Justifique**.



RESPOSTA:

a) A 1400°C, a composição química do líquido é de 40% de Níquel e 60% de cobre.
A 1260°C, a composição química do líquido é de 32% de Níquel e 68% de cobre. A composição da fase α é de 48% de Níquel e 62% de Cobre.

b) Sim. Na temperatura de 1260^{o}C as composições do líquido e da fase α são diferentes da composição química da liga. O motivo da diferença de composição está na diferença de solubilidade do Cobre no Níquel e também pela diferença de fração volumétrica das duas fases.

c) A porcentagem de líquido é dada por:
%L = (48-40)/(48-32)x100 = 50%.

d) Não é possível endurecer a liga por precipitação porque não existe limite da solubilidade máxima do Cobre no Níquel (que é de 100%), que seria a condição para a formação de uma segunda fase para proporcionar o endurecimento por precipitação, nem a diminuição da solubilidade sólida com o abaixamento da temperatura.

5) Considere a figura a seguir, que relaciona o limite de escoamento com o tamanho de grão ($d^{-1/2}$) para uma liga metálica, que representa o endurecimento por refino de grão, dado pela relação de Hall-Petch.

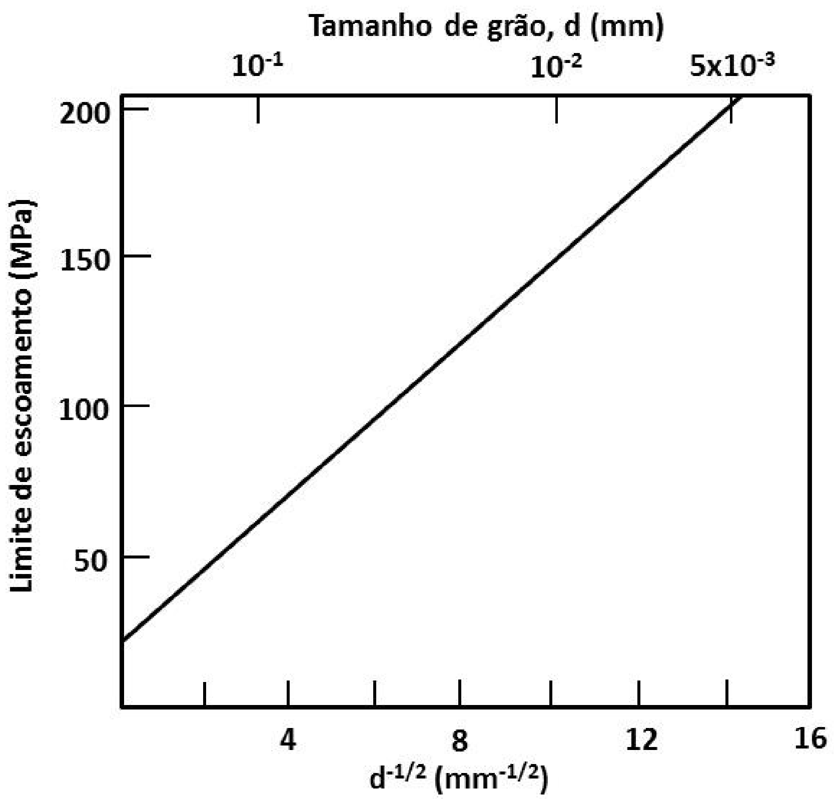
a) Determine os valores das constantes σ_o e k_y da relação de Hall-Petch do gráfico fornecido.

b) Utilizando a relação de Hall-Petch, calcule o limite de escoamento (σ_y) para essa liga quando o tamanho de grão (d) for igual a $9{,}0 \times 10^{-4}$ mm.

c) Suponha que o tamanho de grão do item (b) seja especificado para uma barra com área de 0,001 m^2, sujeita a uma tensão de 275MPa. Qual o maior tamanho de grão adimissível para que esta barra seja solicitada dentro do regime elástico.

<u>Dada</u>: relação de Hall-Petch :

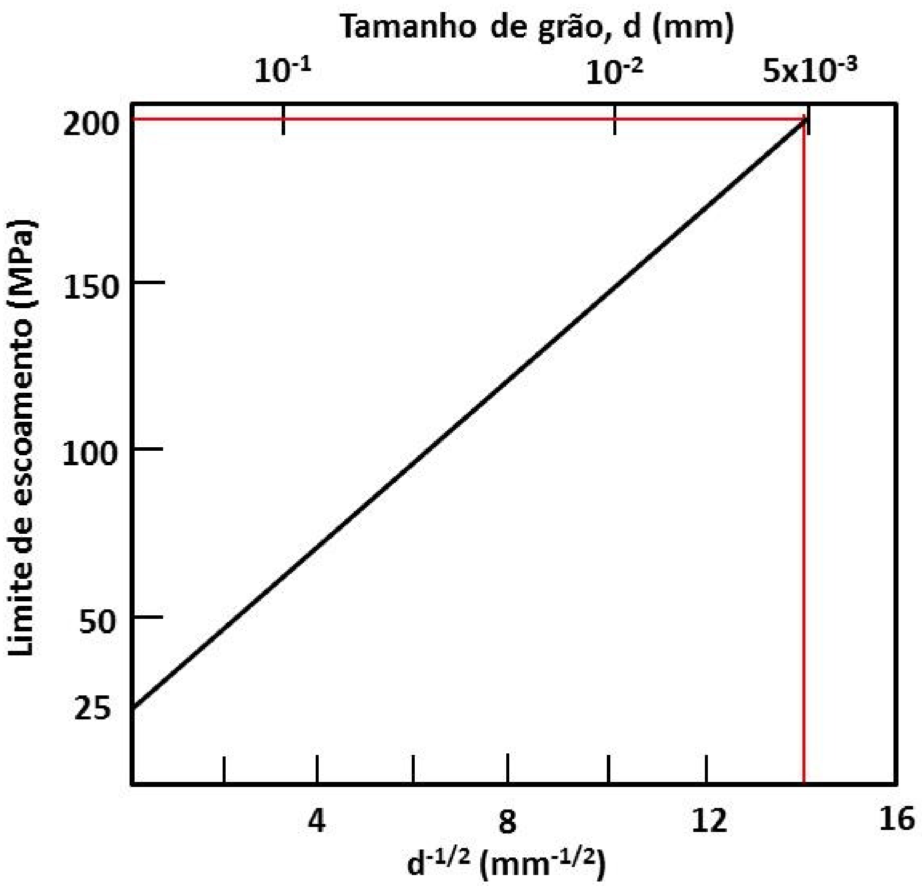
$$\sigma_y = \sigma_o + k_y d^{-\frac{1}{2}}$$



RESPOSTA:

a) Cálculo dos valores das constantes da relação de Hall-Petch para o material.

σ_o = 25 MPa para $d^{-1/2} = 0$.



O valor de k_y é dado pela inclinação da reta:

k_y = (200-25)/14= 12,5 MPa.$mm^{-1/2}$

Assim, a relação de Hall-Petch para o material especificado é:

$$\sigma = 25 + 12{,}5.\ d^{-1/2}$$

b) Para o tamanho de grão de 9,0 x 10^{-4}, o limite de escoamento é:

$$\sigma = 25 + 12{,}5.\ (9{,}0 \times 10^{-4})^{-1/2} = 441{,}67 \text{ a } 442 \text{ MPa.}$$

c) O tamanho de grão máximo para que a barra resista a uma tensão de 275 MPa, ainda no regime elástico, é dado por:

$$275 = 25 + 12{,}5.\ d^{-1/2} \rightarrow d^{-1/2} = (250\text{-}25)/12{,}5 = 20 \rightarrow 1/\ d^{1/2} = 1/20 \rightarrow$$
$$d = 25.10^{-4} \text{ mm}$$

Desta maneira, o tamanho de grão deve ser menor que 25.10^{-4} mm, para que a barra não se deforme plásticamente para a tensão especificada de 275MPa.

6) A resistência à tração (LE) de um material polimérico semicristalino é dada por:

$$LE = LE_{\infty} - \frac{A}{\overline{M}_n}$$

em que:

LE_{∞} = limite de escoamento para peso molecular infinito.

$\overline{M}_n$ = peso molecular numérico médio do polímero.

O resultado do ensaio de tração de dois polímeros com mesmo mero, porém com pesos moleculares numéricos médios diferentes, está apresentado na tabela a seguir:

Limite de escoamento (MPa)	**Peso molecular numérico médio** (g/mol)
40	20.000
80	80.000

Com base nas informações fornecidas, pede-se:

a) Por que a resistência mecânica do polímero aumenta com o aumento do peso molecular numérico médio?

b) Determinar as constantes da equação acima.

c) Qual o peso molecular numérico médio para que o material resista a uma solicitação mecânica de 70MPa?

RESPOSTA:

a) O aumento do peso molecular numérico médio é devido ao emaranhamento das macromoléculas, que aumenta com o aumento do peso molecular numérico médio.

b) Para calcular a equação dos dados da tabela fornecida, tem-se:

$$40 = LE_{\infty} - \frac{A}{20000} \quad (1)$$

$$80 = LE_{\infty} - \frac{A}{80000} \quad (2)$$

Subtraindo (2) de (1) obtém-se o valor de A:

A= 1,067.10^6 MPa.g/mol

Para calcular LE_{∞} (limite de escoamento para peso molecular infinito) basta substituir o valor de A na equação (2), por exemplo.

Assim,

LE_{∞} = 93,33 MPa.

Portanto:

$$LE = 93,33 - \frac{1,067.10^6}{\overline{M}_n}$$

c) O valor do peso molecular numérico médio do polímero mínimo para resistir a uma solicitação de 70 MPa é dado por:

$$70 = 93,33 - \frac{1,067.10^6}{\overline{M}_n}$$

Logo,

$\overline{M}_n$ = 45720 g/mol.

7) Um combustível é formado pela mistura entre ureia (CH_4N_2O) e hidrogênio gasoso (H_2). Ambos estão isentos de água. Após a combustão completa dessa mistura, com ar em excesso, os fumos da combustão foram analisados e a composição, em base seca, foi:

7% CO_2, 7% O_2, 86% N_2.

Todas as porcentagens são em massa.

a) Determine a composição dos fumos (porcentagem em massa) em base úmida.

b) Determine o excesso de ar utilizado na combustão.

c) Sabendo-se que o poder calorífico superior da ureia é 2924kcal/kg e o poder calorífico superior do hidrogênio é 34150kcal/kg, determine o poder calorífico superior da mistura dos dois combustíveis com a qual foi feita a combustão que produziu os fumos caracterizados no enunciado.

Dados:

Massas atômicas: C=12; H=1; O=16; N=14.

Ar: 21% Oxigênio; 79% Nitrogênio (porcentagens volumétricas).

RESPOSTA:

a)

Reações de combustão:

-ureia:

$CH_4N_2O + 3/2\ O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O + N_2$

-hidrogênio:

$H_2 + ½\ O_2 \rightarrow H_2O$

Base de cálculo: 100g de fumos secos.

SUBSTÂNCIA	MASSA (g)	NÚMERO DE MOLS
CO_2	7g	0,16
O_2	7g	0,22
N_2	86g	3,07

Como o CO_2 só vem da ureia, pela estequiometria:

$CH_4N_2O + 3/2\ O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O + N_2$

1mol	1mol
x	0,16mols

x = 0,16mols de ureia para cada 100g de fumos secos.

Novamente pela estequiometria:

CH_4N_2O +	$3/2\ O_2$ $\rightarrow$	CO_2 +	$2H_2O$ +	N_2
1mol	1,5mols	1mol	2mols	1mol
0,16mols	x	0,16mols	y	z

Donde se tem:

x= 0,22mols de O_2;
y = 0,32mols de H_2O;
z = 0,16mols de N_2.

Para o N_2:

-nos fumos: 3,07mols
-da ureia: 0,16mols
Portanto, associados ao ar em excesso: 3,07-0,16 = 2,91mols de N_2.
Essa quantidade corresponde a:

- $n(N_2)/n(O_2)$ = 79%/21% = 3,76, o que fornece 0,77mols de O_2 utilizados na combustão (excesso + estequiométrico).
- Saem nos fumos 0,22mols de O_2; logo o total de oxigênio empregado na combustão foi: 0,77mols – 0,22mols = 0,55mols de oxigênio.
- Para a ureia, empregaram-se 0,24mols de oxigênio. Assim sendo, para o hidrogênio foram utilizados: 0,55mols – 0,24mols = 0,31mols de oxigênio.

<u>Da reação para o hidrogênio:</u>

H_2	+	½ O_2	$\rightarrow$	H_2O
1mol		0,5mols		1mol
x		0,31mols		y

x = 0,62mols de hidrogênio.
y = 0,62mols de água.

Composição do combustível para 100g de fumos secos: 0,16mols de ureia e 0,62mols de hidrogênio.

Massas molares:

-ureia CH_4N_2O 12+4x1+2x14+16=60g/mol
-hidrogênio H_2 2x4=2g/mol

Portanto, o combustível tem:

*0,16mols de ureia e 0,62mols de hidrogênio, o que corresponde a 20,5% de ureia e 79,5% de hidrogênio (base molar).
<u>ou</u>
*9,60g de ureia e 1,24g de hidrogênio, o que corresponde a 88,6% de ureia e 11,4% de hidrogênio (em massa).

Fumos úmidos:

Em 100g de fumos secos, tem-se associados 0,32mols de água (da ureia), 0,62mols de água (do hidrogênio), totalizando 0,94mols de água:

SUBSTÂNCIA	**NÚMERO DE MOLS**	**MASSA(g)**	**%EM MASSA**
CO_2	**0,16**	**7**	**6%**
O_2	**0,22**	**7**	**6%**
N_2	**3,07**	**86**	**74%**
H_2O	**0,94**	**17**	**14%**

b)

$n(O_2$ real) = $n(O_2$ teórico) + $pn(O_2$ teórico) p=excesso de oxigênio empregado
0,24+0,31+0,22=(0,24+0,31)(1+p)
p=0,4, ou seja, empregou-se um excesso de 40% de ar na combustão.

c)

PCS do combustível = (%massa de ureia)xPCS(ureia) + (%massa hidrogênio)xPCS(hidrogênio).
PCS do combustível = 0,886x2924,525 + 0,114x34150
PCS do combustível = 6484kcal/kg de combustível.

8) Os seguintes materiais estão disponíveis:

- barra de ferro metálico puro;
- barra de cobre metálico puro;
- barra de zinco metálico puro;
- solução de ácido clorídrico (HCl), 1M;
- solução de um sal de zinco (Zn^{2+}), 1M;
- solução ácida com pH desconhecido.

São conhecidos os potenciais de eletrodo padrão, como mostrados a seguir:

$Cu^{2+} + 2e \rightarrow Cu$ $\quad E^o = +0,347V$
$Fe^{2+} + 2e \rightarrow Fe$ $\quad E^o = -0,440V$
$2H^+ + 2e \rightarrow H_2$ $\quad E^o = 0,000V$
$Zn^{2+} + 2e \rightarrow Zn$ $\quad E^o = -0,763V$

<u>Dado:</u>

Equação de Nernst:

$$E = E^0 + \frac{0,0591}{z}\log\frac{a_{oxidada}}{a_{reduzida}}$$

em que E é o potencial de equilíbrio fora das condições padrão; E^0 é o potencial de equilíbrio nas condições padrão; z é o número de moles de elétrons no sistema considerado; $a_{oxidada}$ representa as atividades das formas oxidadas do sistema; $a_{reduzida}$ representa as atividades das formas reduzidas do sistema; log representa o logaritmo decimal.

a) Determine se é possível utilizar ferro puro, ou cobre puro, ou ambos indistintamente, ou nenhum deles para material de revestimento de uma tubulação onde passará uma solução de ácido clorídrico 1M a 25 ºC e 1atm. **Justifique a resposta.**

b) Determine o pH da solução ácida com o pH desconhecido, sabendo-se que, ao se montar uma pilha com a barra de zinco metálico imerso em uma solução de seu sal (Zn^{2+}, 1M), conectada com um eletrodo inerte em que se observa o desprendimento de hidrogênio gasoso (H_2) a 1atm, a força eletromotriz medida foi de +0,5857V. Todo o sistema está a 25 ºC.

pH = -log[H^+]

<u>RESPOSTA:</u>

a)

<u>Para o ferro puro:</u>

-reação catódica: $2H^+ + 2e \rightarrow H_2$ $\quad E^o = 0,000V$
-reação anódica: $Fe^{2+} + 2e \rightarrow Fe$ $\quad E^o = -0,440V$

Corrigindo-se os potenciais de equilíbrio para as condições dadas:
Ferro:

$$E = E^0 + \frac{0{,}0591}{z}\log\frac{a_{oxidada}}{a_{reduzida}} = -0{,}440 + \frac{0{,}0591}{2}\log\frac{10^{-6}}{1} = -0{,}6173V$$

Para o hidrogênio:

$$E = E^0 + \frac{0{,}0591}{z}\log\frac{a_{oxidada}}{a_{reduzida}} = 0{,}0 + \frac{0{,}0591}{2}\log\frac{1}{1} = 0$$

FEM = E(catodo) – E(anodo) = 0 – (-0,6173) = +0,6173V > 0.

Logo, forma-se uma pilha espontaneamente e a corrosão do ferro ocorre.
Assim, o ferro é inadequado ao uso.

Para o cobre puro:
-reação catódica: $2H^+ + 2e \rightarrow H_2$ E^o = 0,000V
-reação anódica: $Cu^{2+} + 2e \rightarrow Cu$ E^o = +0,347V

Corrigindo-se os potenciais de equilíbrio para as condições dadas:
Ferro:

$$E = E^0 + \frac{0{,}0591}{z}\log\frac{a_{oxidada}}{a_{reduzida}} = +0{,}374 + \frac{0{,}0591}{2}\log\frac{10^{-6}}{1} = +0{,}1967V$$

Para o hidrogênio:

$$E = E^0 + \frac{0{,}0591}{z}\log\frac{a_{oxidada}}{a_{reduzida}} = 0{,}0 + \frac{0{,}0591}{2}\log\frac{1}{1} = 0$$

FEM = E(catodo) – E(anodo) = 0 – (+0,1967) = -0,1967V < 0.
Logo, não se forma uma pilha espontaneamente e a corrosão do cobre não ocorre.
Assim, o cobre é adequado ao uso.

b)
Reações:
-catódica: $2H^+ + 2e \rightarrow H_2$ E^o = 0,000V
-anódica: $Zn^{2+} + 2e \rightarrow Zn$ E^o = -0,763V

Corrigindo os potenciais:
Hidrogênio:

$$E = E^0 + \frac{0{,}0591}{z}\log\frac{a_{oxidada}}{a_{reduzida}} = 0{,}0 + \frac{0{,}0591}{2}\log\frac{[H^+]^2}{1} = 0{,}0591\log[H^+]$$

Zinco:

$$E = E^0 + \frac{0{,}0591}{z}\log\frac{a_{oxidada}}{a_{reduzida}} = -0{,}763 + \frac{0{,}0591}{2}\log\frac{1}{1} = -0{,}763V$$

FEM = E(catodo) – E(anodo) = 0,0591log$[H^+]$ – (-0,763) = +0,5857V
log$[H^+]$ = -3,0, ou seja, - log$[H^+]$ = 3,0 = pH da solução.

pH da solução = 3,0

9) A energia de rede de um cristal contém contribuições de todas as forças de atração e repulsão existentes entre as espécies que participam do cristal. Ela é dada por:

$$E = k\frac{q_1 q_2}{d}$$

em que *k* é uma constante de proporcionalidade, q_1 e q_2 são as cargas envolvidas e *d* é a distância entre essas cargas. Considerando este fato, indique, para os pares dados a seguir, qual dos compostos apresenta a maior energia de rede, justificando a resposta fundamentada na teoria das ligações químicas.

a) CaO (óxido de cálcio) ou KF (fluoreto de potássio).

b) NaF (fluoreto de sódio) ou CsI (iodeto de césio).

Dados:

Distribuição eletrônica:

Cálcio: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2$
Oxigênio: $1s^2 2s^2 2p^4$
Potássio: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$
Sódio: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$
Flúor: $1s^2 2s^2 2p^5$
Césio: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s^2 5p^6 6s^1$
Iodo: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s^2 5p^5$

RESPOSTA:

a) CaO (óxido de cálcio) ou KF (fluoreto de potássio).

Cálcio e potássio pertencem ao mesmo período da tabela periódica e, assim, o tamanho dos dois cátions não deve diferir muito. O mesmo ocorre com o oxigênio e o flúor. Portanto, a diferença mais significativa deve estar nas cargas presentes em cada íon. Desta forma, a energia de rede do CaO deve ser maior que a energia de rede do KF, já que, no CaO, tem-se Ca^{2+} e O^{2-}, enquanto que no KF tem-se K^+ e F^-.

b) NaF (fluoreto de sódio) ou CsI (iodeto de césio).

Nesta situação, todos os íons têm carga única, portanto, a diferença entre os tamanhos dos íons deve ser o fator fundamental para a energia de rede. Os íons Na^+ e F^- são menores que os íons Cs^+ e I^-. Assim, a energia de rede do NaF deve ser maior.

10) Dados o plano $\boldsymbol{\alpha}$ e a reta $\mathbf{r}$:

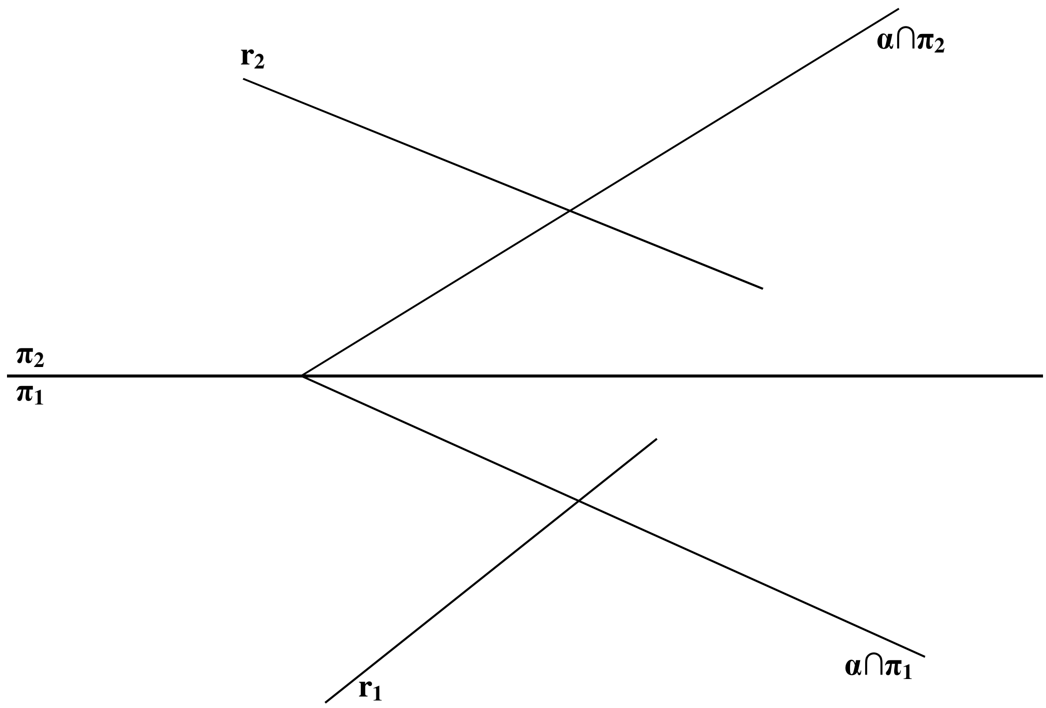
a) Represente, por seus traços horizontal ($\boldsymbol{\beta} \cap \boldsymbol{\pi}_1$) e vertical ($\boldsymbol{\beta} \cap \boldsymbol{\pi}_2$), um plano $\boldsymbol{\beta}$ que contenha a reta $\mathbf{r}$;

b) Represente, por suas projeções $\mathbf{P_1}$ e $\mathbf{P_2}$, um ponto $\mathbf{P}$ que pertença simultaneamente ao plano $\boldsymbol{\alpha}$ dado e ao plano $\boldsymbol{\beta}$ identificado acima;

c) Determine a interseção ($\boldsymbol{\alpha} \cap \boldsymbol{\beta}$) entre os planos $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\beta}$;

d) Determine o ponto $\mathbf{I}$, intersecção entre a reta $\mathbf{r}$ e o plano $\boldsymbol{\alpha}$.

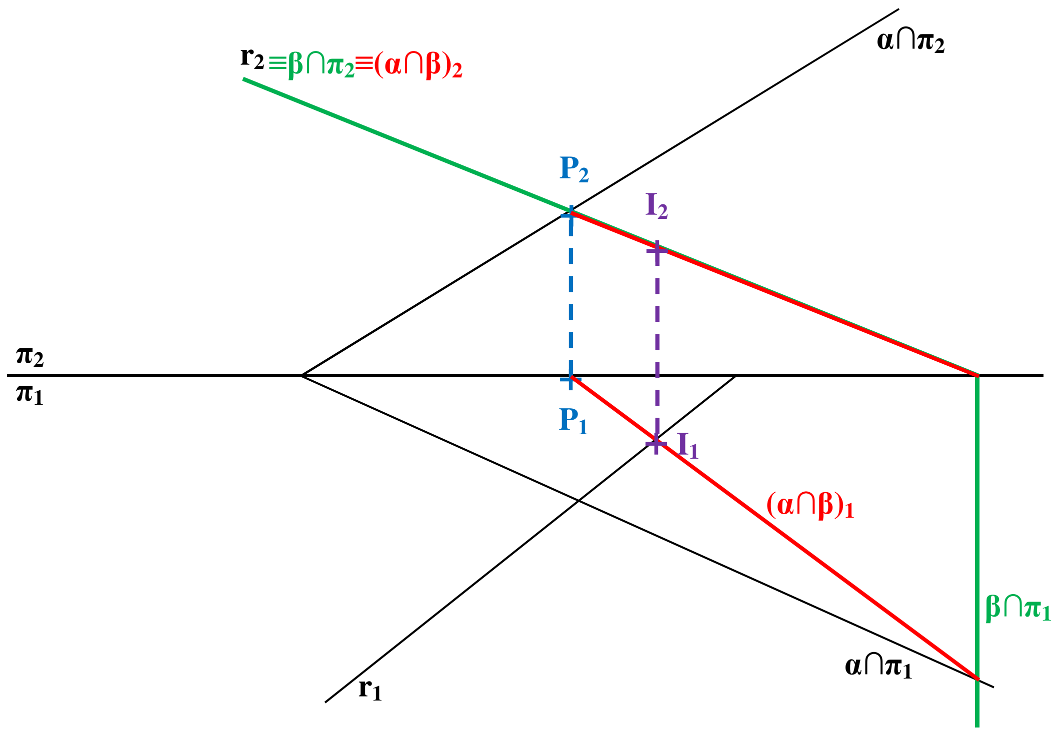
Deixe claramente identificadas as suas respostas a cada item.



RESPOSTA:

a)
b)
c)
d)

Escolheu-se um plano β de topo, mas poderia ter sido escolhido outro qualquer.

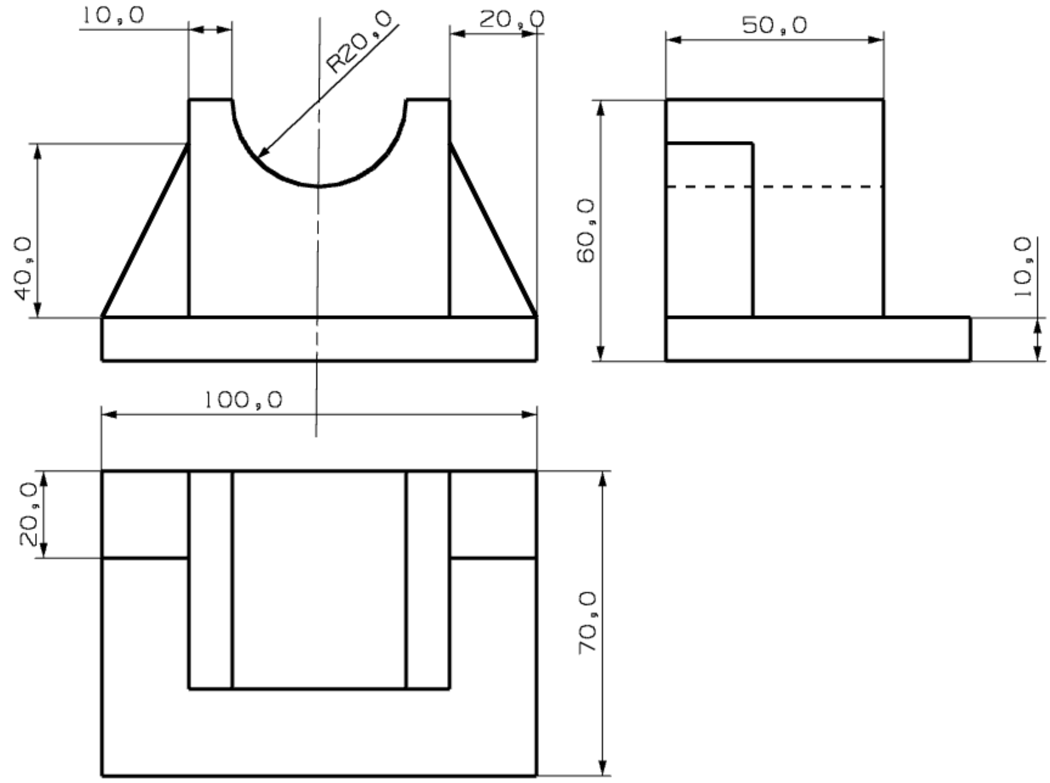


11) Desenhe a perspectiva cavaleira da peça dada abaixo por suas vistas.

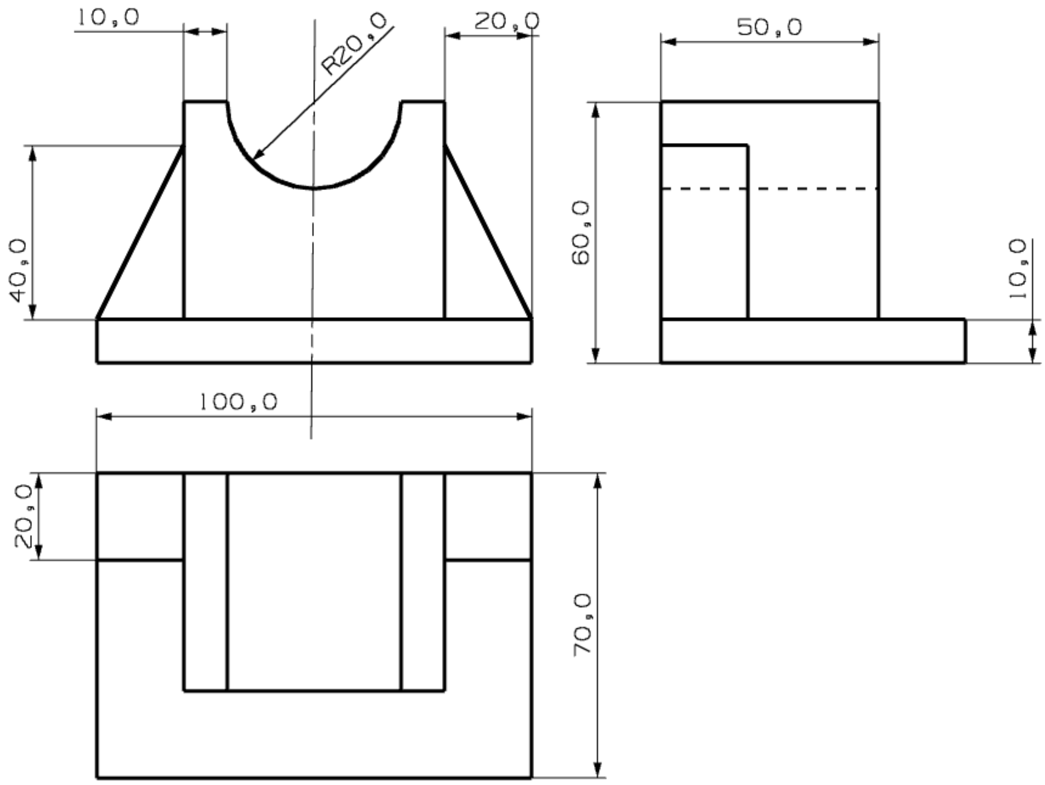
<u>Adotar</u>: α=30° no 2º quadrante (ângulo das fugantes) e k=1/2.

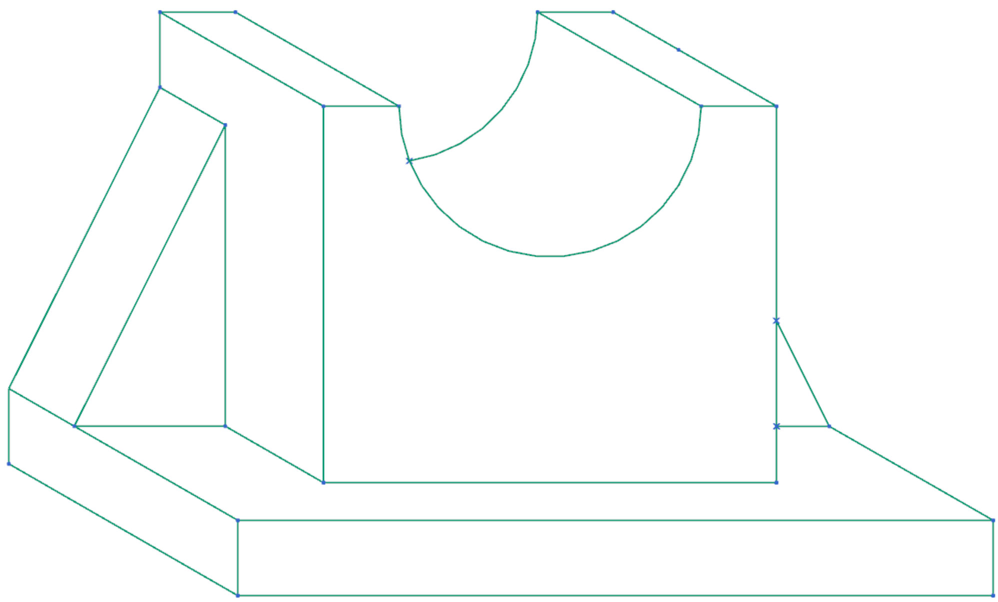
Desenhe a perspectiva em escala natural.

Medidas em mm.

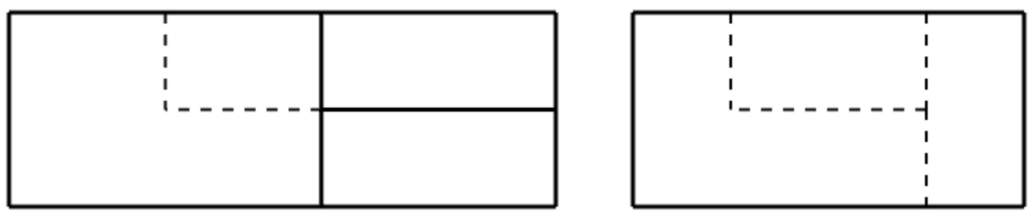


RESPOSTA:

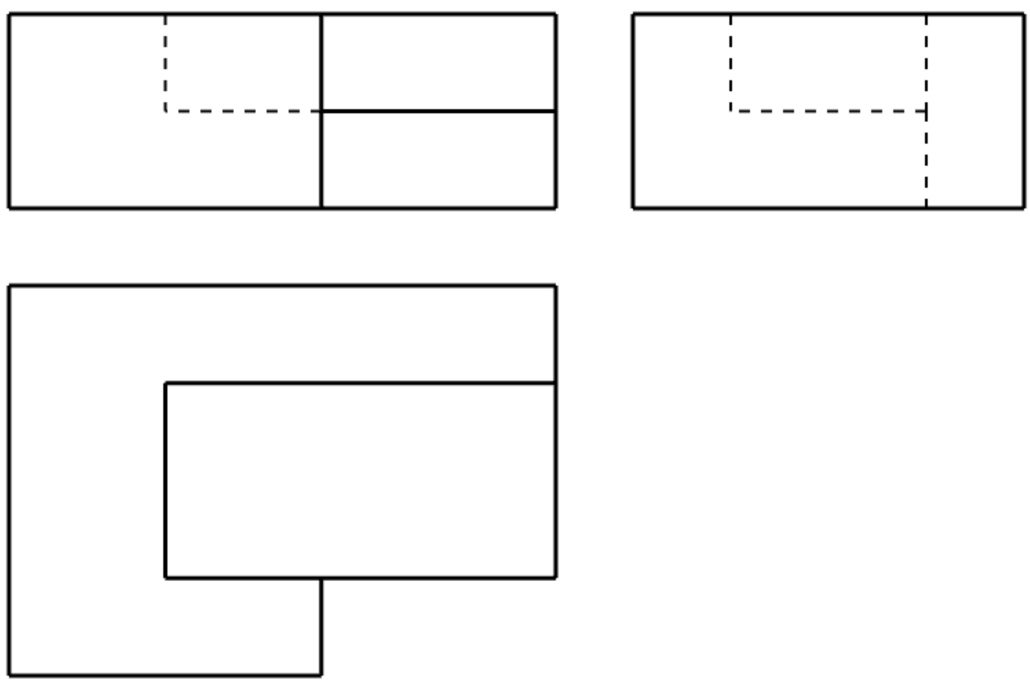




12) Complete o conjunto de vistas abaixo, desenhando a vista superior (1º. Diedro).



<u>RESPOSTA:</u>



13) Dado um sistema de pontos materiais *P_i*, para *$i = 1..N$*, de massas *m_i* e velocidades $\vec{v}_i$, e sabendo que a energia cinética de um ponto material *P_i* é dada por $T_i = (m_i v_i^2)/2$, deduza a expressão do Teorema da Energia Cinética (TEC) para o sistema de pontos materiais, $\Delta T = \tau$, em que τ é o trabalho de todas as forças atuantes no sistema e ΔT é a variação da energia cinética.

RESPOSTA:

Tem-se:

$$T = \sum_i m_i v_i^2 /2 \ => \ \dot{T} = \frac{d}{dt}[\sum_i m_i v_i^2 /2] = \frac{d}{dt}[\sum_i m_i \vec{v}_i . \vec{v}_i /2] = \sum_i m_i \vec{a}_i . \vec{v}_i = \sum_i \vec{F}_i . \vec{v}_i$$

Integrando de 0 a t:

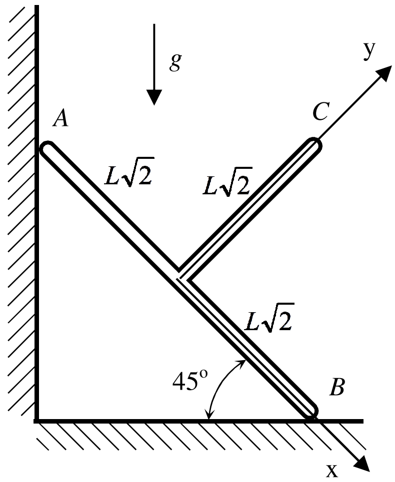
$$\int_0^t \dot{T} dt = \Delta T = \int_0^t \sum_i \vec{F}_i . \vec{v}_i \, dt = \sum_i \left(\int_0^t \vec{F}_i . \vec{v}_i dt \right) = \sum_i \tau_i = \tau \ => \ \boxed{\Delta T = \tau}$$

14) A estrutura em forma de T é homogênea e tem peso *P*. A extremidade *A* se apoia na parede (vertical) e a extremidade *B* se apoia no solo (horizontal). A parede e o solo são de materiais diferentes: o coeficiente de atrito entre a estrutura e o piso é μ e o coeficiente de atrito entre a estrutura e a parede é nulo. Pede-se:

a) Determinar as coordenadas x_G e y_G do baricentro da estrutura em forma de T.

b) Calcular a força de atrito entre a estrutura e o piso no ponto *B*, supondo que a estrutura esteja em equilíbrio estático.

c) Verificar se μ = 0,5 é suficiente para manter o equilíbrio.

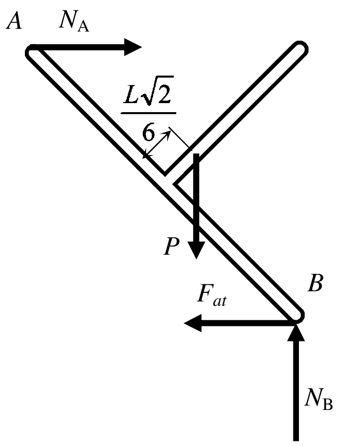


RESPOSTA:

a) $x_G = 0$

$$y_G = \frac{\frac{m}{3}\frac{L\sqrt{2}}{2} + \frac{2m}{3}0}{\frac{m}{3} + \frac{2m}{3}} = \frac{L\sqrt{2}}{6}$$

b) Diagrama de corpo livre



Equações de equilíbrio:

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{at} = N_A$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N_B = P$$

$$\sum M_{Bz} = 0 \quad \Rightarrow \quad N_A 2L\sqrt{2}\frac{\sqrt{2}}{2} = P\left(L\sqrt{2} - \frac{L\sqrt{2}}{6}\right)\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad N_A = \frac{5P}{12}$$

$$\therefore \qquad \boxed{F_{at} = \frac{5}{12}P}$$

c) No limite:

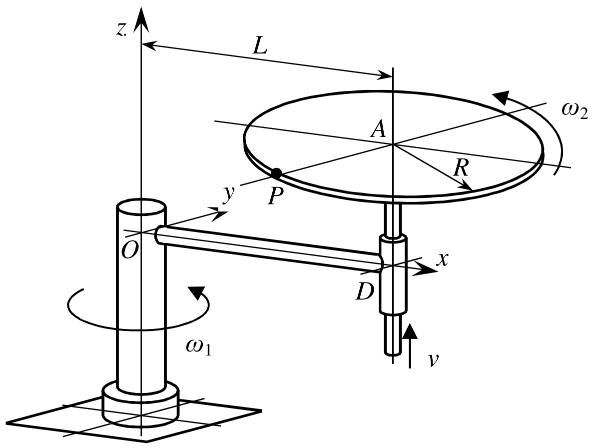
$$F_{at} = \mu N_B = 0{,}5P > \frac{5P}{12}$$

Portanto, $\mu = 0{,}5$ é suficiente para manter o equilíbrio.

15) No mecanismo mostrado na figura, o ponto *O* é fixo, e a barra *OD*, de comprimento *L*, possui vetor de rotação $\vec{\omega}_1 = \omega_1 \vec{k}$ (constante) em relação a um referencial fixo. O disco de centro *A* e raio *R* possui vetor de rotação $\vec{\omega}_2 = \omega_2 \vec{k}$ e vetor aceleração angular $\vec{\alpha}_2 = \alpha_2 \vec{k}$ em relação à barra *OD*. O ponto *A* possui velocidade $\vec{v} = v\vec{k}$ (constante) em relação à barra *OD*. O sistema de coordenadas *Oxyz* é fixo na barra *OD* e o vetor $(P - A)$ é paralelo ao eixo *Oy*. Considerando a barra *OD* como referencial móvel, determine, para o instante da figura,

a) as velocidades relativa, de arrastamento e absoluta do ponto *P*;

b) as acelerações relativa, de arrastamento e absoluta do ponto *P*.



RESPOSTA:

a) Velocidade relativa do ponto *P*:

$$\vec{v}_{P_{rel}} = \vec{v}_{A_{rel}} + \vec{\omega}_2 \wedge (P - A) \text{, em que } \vec{v}_{A_{rel}} = v\vec{k} \Rightarrow \vec{v}_{P_{rel}} = \omega_2 R\vec{i} + v\vec{k}$$

Velocidade de arrastamento do ponto P:

Definindo $(A - D) = z\vec{k}$, e observando que $z\vec{k} \,//\, \vec{\omega}_1$, $\vec{v}_{P_{Arr}} = \vec{v}_{O_{Arr}} + \vec{\omega}_1 \wedge (P - O)$, em que $\vec{v}_{O_{Arr}} = \vec{0}$ e $(P - O) = L\vec{i} - R\vec{j} + z\vec{k} \Rightarrow \vec{v}_{P_{Arr}} = \omega_1 R\vec{i} + \omega_1 L\vec{j}$

Velocidade absoluta do ponto P: $\vec{v}_{P_{Abs}} = \vec{v}_{P_{Arr}} + \vec{v}_{P_{rel}} \Rightarrow \vec{v}_{P_{Abs}} = (\omega_1 + \omega_2)R\vec{i} + \omega_1 L\vec{j} + v\vec{k}$

b) Aceleração relativa do ponto *P*:

$$\vec{a}_{P_{rel}} = \vec{a}_{A_{rel}} + \dot{\vec{\omega}}_2 \wedge (P - A) + \vec{\omega}_2 \wedge (\vec{\omega}_2 \wedge (P - A)) \ ,$$

em que $\vec{a}_{A_{rel}} = \vec{0}$ e $\dot{\vec{\omega}}_2 = \alpha_2 \vec{k} \Rightarrow \vec{a}_{P_{rel}} = \alpha_2 R \vec{i} + \omega_2^2 R \vec{j}$

Aceleração de arrastamento do ponto P:

$$\vec{a}_{P_{Arr}} = \vec{a}_{O_{Arr}} + \dot{\vec{\omega}}_1 \wedge (P - O) + \vec{\omega}_1 \wedge (\vec{\omega}_1 \wedge (P - O)),$$

em que $\vec{a}_{O_{Arr}} = \vec{0}$ e $\dot{\vec{\omega}}_1 = \vec{0} \Rightarrow \vec{a}_{P_{Arr}} = -\omega_1^2 L \vec{i} + \omega_1^2 R \vec{j}$

Aceleração absoluta do ponto P:

$$\vec{a}_{P_{Abs}} = \vec{a}_{P_{Arr}} + \vec{a}_{P_{rel}} + \vec{a}_{P_{Cor}} \ ,$$

em que $\vec{a}_{P_{Cor}} = 2\vec{\omega}_{Arr} \wedge \vec{V}_{P_{rel}} = 2\omega_1 \vec{k} \wedge (\omega_2 R \vec{i} + v\vec{k}) = 2\omega_1 \omega_2 R \vec{j}$

$$\Rightarrow \vec{a}_{P_{Abs}} = (\alpha_2 R - \omega_1^2 L)\vec{i} + (\omega_1^2 R + \omega_2^2 R + 2\omega_1 \omega_2 R)\vec{j}$$